

Entwicklung eines „Numerischen Prüfstandes“ für Turbinenradgaszähler

Von der Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Abteilung Maschinenbau und Verfahrenstechnik
der

Universität Duisburg-Essen
zur Erlangung des akademischen Grades

eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften

Dr.-Ing.
genehmigte Dissertation

von

Toralf Hoch
aus
Schwerin / Mecklenburg

Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ernst von Lavante
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Wojciech Kowalczyk

Tag der mündlichen Prüfung: 21.November 2011

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Entwicklungsingenieur der "RMG by Honeywell" Messtechnik GmbH.

Ohne das Einverständnis der Geschäftsführung durch Herrn Dipl.-Ing. Jost Körte und der Technischen Leitung durch Herrn Dr. Michael Grexa wäre die Erstellung dieser Dissertation nicht möglich gewesen. Dafür möchte ich mich ausdrücklich bedanken.

Weiterhin gilt mein Dank Herrn Univ.-Prof. Dr. von Lavante, der meine Arbeit als Promotionsbetreuer begleitet hat. Durch seine Anregungen und Diskussionsbereitschaft trug er zur Erstellung dieser Arbeit bei.

Herrn Prof. Dr. Wojciech Kowalczyk danke ich für das entgegengebrachte Interesse bei der Übernahme des Korreferats, Herrn Univ.-Prof. Dr. Gottschling danke ich für die Leitung der Prüfungskommission und Herrn Univ.-Prof. el Moctar danke ich für die Tätigkeit als Mitprüfer.

Mein ganz besonderer Dank gilt meiner Frau Justyna, meiner Tochter Nadia und meiner Familie für ihren Rückhalt und Unterstützung.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation und Stand der Forschung	2
1.2	Zielsetzung und Aufbau der Arbeit	9
2	Der Turbinenradgaszähler	12
2.1	Grundlagen	12
2.2	Analytische Beschreibung des Rotordrehmomentes	15
2.2.1	Der Impulsansatz	16
2.2.2	Der Profilansatz	19
3	Theorie des “Numerischen Prüfstandes”	21
3.1	Herleitung der c_m - Bewertungskurve	24
3.2	Kurvenkorrektur durch Reibmomente	25
3.3	Berechnungsprogramm	28
4	CFD - Simulation	31
4.1	CFD	31
4.1.1	Grundlagen - Navier-Stokes-Gleichungen	31
4.1.2	Koordinatentransformation	34
4.1.3	Schließung der Bestimmungsgleichungen	38
4.2	Turbulenzmodellierung	40

4.2.1	Reynoldsgleichungen	42
4.2.2	Wirbelviskositätsmodelle	45
4.2.3	Zweigleichungsmodelle	47
4.2.4	Das $k - \epsilon$ - Modell	48
4.2.5	Das $k - \omega$ - Modell	49
4.2.6	Das SST - Modell	50
4.3	Diskretisierung	54
4.3.1	Diskretisierung in Raum	56
4.3.2	Diskretisierung in Zeit	56
4.4	Netzgenerierung	59
5	Der Hochdruckprüfstand	63
6	Ergebnisse	68
6.1	Vergleich der berechneten und gemessenen Kurven	76
6.2	Parametervariationen und Ergebnisse	80
6.3	Drehzahlkorrektur	99
6.4	Simulation OIML-Vorstörung	101
7	Zusammenfassung und Ausblick	103
	Anhang	108
	Literaturverzeichnis	136

Nomenklatur

Verwendete Formelzeichen

Lateinische Formelzeichen

a_1	Proportionalität der Schubspannung
A_{Bilanz}	Bezugsfläche der Bilanzebene
A_{in}	Eintrittsfläche
A_{out}	Austrittsfläche
A_{Spant}	Spantfläche oder Schattenfläche einer Rotorschaukel
$c_{\epsilon 1}$	empirische Konstante
$c_{\epsilon 2}$	empirische Konstante
c_{μ}	empirische Konstante
c_D	Drag coefficient
c_L	Lift coefficient
$c_{m,gesamt}$	dimensionsloser Momentenbeiwert des resultierenden Moments
$c_{m,reib}$	dimensionsloser Momentenbeiwert des Reibmoments
c_m	dimensionsloser Momentenbeiwert der Drehmomente
c_v	spezifische Wärmekapazität
C_0	statische Tragzahl
C	geometrisches Maß der Düse
$CD_{k\omega}$	Kreuz - Diffusionsterm

CFL	Courant - Friedrichs - Lewy Zahl
CS	Kontrollvolumen
CV	Kontrollvolumen
D	geometrisches Maß der Düse
d_m	mittlerer Lagerdurchmesser
e	innerer Energiezustand
e_t	volumenspezifische Energie
E	physikalische Zustandsgröße
E''	variabler Anteil der Favre - Mittelung
\tilde{E}	Favre - Mittelung
F_1	Funktion im SST - Modell
F_2	Funktion im SST - Modell
F_a	Axialkraft
F_{bf}	wirkende Kräfte von Turbine auf Fluid
F_D	Widerstandskraft
F_L	Auftriebskraft
F_r	Radialkraft
g	Gravitation
G	Flussmatrix
G_c	Flussmatrix der konservativen Terme
G_{rr}	Rollreibungsgrundwert
G_{sl}	Gleitreibungsgrundwert
G_V	Flussmatrix der diffusen Terme
H	Totalenthalpie
h_t	Totalenthalpie
h_{tr}	Rothalpie
$\bar{\bar{I}}$	Eintrittstensor
K	Zählerkonstante (engl.: meter - factor)

k	turbulente kinetische Energie
K	Wärmeleitfähigkeit
L_{Blade}	Schaufellänge
l_t	charakteristische turbulente Länge
M_A	Moment aus Auftriebsbetrachtung
M_{drag}	Reibmoment Schmierungsverluste
M_M	Moment aus Impulsbetrachtung
M_{rr}	Rollreibungmoment
M_{seal}	Reibmoment durch Dichtungen
M_{sl}	Gleitreibungmoment
n	Anzahl der Rotorschaufeln
n	Drehzahl
\vec{n}	Normalenvektor
p	Druck
P_k	Term der Turbulenzproduktion
Pr_l	laminare Prandtl - Zahl
Pr_t	turbulente Prandtl - Zahl
\vec{q}	Wärmestromvektor
Q	Volumenstrom
\vec{Q}	Vektor der konservativen Variablen
r	Radius
R_1	Designbeiwert
R_2	Designbeiwert
r_a	äußerer Radius
r_{hub}	Nabenradius
r_i	innerer Radius
r_{tip}	Schaufelspitzenradius
S_1	Designbeiwert

S_2	Designbeiwert
\vec{S}	Quellenvektor
T_{ref}	Referenztemperatur
$T_{Suth.}$	Sutherland - Temperatur
Ta	Taylorzahl
$u_{in,rel}$	relative Anströmungsgeschwindigkeit
u_{in}	Anströmungsgeschwindigkeit
u_{out}	Ausströmungsgeschwindigkeit
v	Geschwindigkeitsvektor
v_t	charakteristische Geschwindigkeit der Turbulenz
\vec{U}	Geschwindigkeitsvektor
X	beliebige Zustandsgröße
y^+	dimensionsloser Wandabstand

Griechische Formelzeichen

α_1	Koeffizient des SST - Modells
α_2	Koeffizient des SST - Modells
α_3	Koeffizient der Linearkombination
β	Schaufelwinkel
β^*	Koeffizient des SST - Modells
β_1	Koeffizient des SST - Modells
β_2	Koeffizient des SST - Modells
β_3	Koeffizient der Linearkombination
δt	Zeitschritt
δx	Gitterzellenbreite
ϵ	Dissipationskoeffizient
η	kinematische Viskosität
γ_e	Winkel von dreieckigen Gitterzellen
γ_{max}	größter Winkel der Zelle
γ_{min}	kleinster Winkel der Zelle
λ	Anströmwinkel
λ	Querkontraktionszahl
μ	dynamische Viskosität
μ_L	laminare dynamische Viskosität
μ_{ref}	Referenzviskosität
μ_{sl}	Gleitreibungszahl
μ_t	turbulente dynamische Viskosität
∇	Nabla - Operator
ν	die kinematische Viskosität des Lagerschmierstoffs
Ω	Drehfrequenz
ω	Rotationsgeschwindigkeit
$\phi = \arctan(\frac{\omega r}{u_{in}})$	Koeffizient

ϕ_i	Gewichtungsfunktionen
ρ	Fluiddichte
σ_ϵ	empirische Konstante
$\sigma_{\omega 1}$	Koeffizient des SST - Modells
$\sigma_{\omega 2}$	Koeffizient des SST - Modells
$\sigma_{\omega 3}$	Koeffizient der Linearkombination
$\sigma_{k 1}$	Koeffizient des SST - Modells
$\sigma_{k 3}$	Koeffizient der Linearkombination
σ_k	empirische Konstante
$\bar{\bar{\tau}}$	Spannungstensor
$\vec{\Omega}$	transformierter Geschwindigkeitsvektor
$\vec{\Theta}$	Vektor der Schubspannungsleistung
$\bar{\bar{a}}$	Schubspannungstensor

Abbildungsverzeichnis

2.1	Typische Fehlerkurven eines TRZ bei Luftdruck und Hochdruck, [47]	13
2.2	Turbinenradgaszähler der RMG Messtechnik GmbH, [47]	14
2.3	Terminologie des Kontrollvolumens, [52].	16
2.4	Schaufelgitter mit Terminologie der Geschwindigkeiten, [52].	18
2.5	Auftriebs - und Widerstandskraft an einem Turbinenflügel an einem zweidimensionalen Flügelgitter, [52].	19
3.1	Grafische Oberfläche der Kurvenberechnung	30
5.1	Foto des verwendeten HD-Prüfstands	65
5.2	Schema des verwendeten HD-Prüfstands	66
5.3	Fehlerkurven des TRZ bei einem Druck von 1 bar und 10 bar	67
6.1	Gesamtrechennetz	69
6.2	Oberflächennetz der drei Domains	69
6.3	Geschwindigkeitsfelder auf Schnittebenen durch den TRZ	70
6.4	Anströmung um Rotorschaufel	72
6.5	Punktematrix am Rotor/ Nachlauf	73
6.6	Bezeichnung Punktereihen, Bereich Maß D	73
6.7	Turbulenzfrequenz, Punktelinie I, 100%	74

6.8	Turbulenzfrequenz, Punktelinie V, 100%	74
6.9	Vergleich der Bewertungskurven des TRZ bei einem Druck von 1 bar	77
6.10	Vergleich der Bewertungskurven des TRZ bei einem Druck von 10 bar	78
6.11	Bilanzebenen für die Berechnung	79
6.12	Die Maße C und D	81
6.13	Die Maße C und D in ANSYS	81
6.14	Abstrakte Darstellung der Parametervariationen	83
6.15	c_m - Kurven bei gleichen Geschwindigkeiten auf den Bilanzebenen	84
6.16	Vergrößerte Darstellung der Abb. 6.15	85
6.17	Grafische Darstellung des Terms $\cos \varphi$	85
6.18	c_m - Kurven der Parametervariationen	86
6.19	C_m - Verlauf ohne Reibungskorrektur	87
6.20	Verlauf der verschiedenen Momentenbeiwerte	87
6.21	Geraden für die Bewertung der Linearität	89
6.22	Turbulenzfrequenz, Punktelinie I, 100%	90
6.23	Turbulenzfrequenz, Punktelinie V, 100%	90
6.24	Geschwindigkeit u, Punktelinie V, 25%	91
6.25	Geschwindigkeit v, Punktelinie I, 10%	91
6.26	Druck p, Punktelinie I, 10%	92
6.27	Druck p, Punktelinie I, 100%	92
6.28	Druckverteilung bei 10% von Q_{max}	95
6.29	Druckverteilung bei 10% von Q_{max}	95
6.30	Beispiel eines Ablösewirbel an der Abströmkante eines Rotorblattes	96
6.31	D73C55, 100%, Geschwindigkeit vor Nachlauf	97
6.32	D73C55, 100%, Geschwindigkeit im Spalt	97
6.33	Anstieg der Kurven nach einer Drehzahlkorrektur	100

6.34 Rohrkonfiguration nach OIML, Linksdrall	102
6.35 Kurvenverlauf mit Drallströmung	102
7.1 Turbulenzfrequenz bei 10% Durchfluss an hinteren Rotorkante	109
7.2 Turbulenzfrequenz bei 10% Durchfluss an Nachlaufkante	109
7.3 Turbulenzfrequenz bei 25% Durchfluss an hinteren Rotorkante	109
7.4 Turbulenzfrequenz bei 25% Durchfluss an Nachlaufkante	109
7.5 Turbulenzfrequenz bei 40% Durchfluss an hinteren Rotorkante	109
7.6 Turbulenzfrequenz bei 40% Durchfluss an Nachlaufkante	109
7.7 Turbulenzfrequenz bei 70% Durchfluss an hinteren Rotorkante	110
7.8 Turbulenzfrequenz bei 70% Durchfluss an Nachlaufkante	110
7.9 Turbulenzfrequenz bei 100% Durchfluss an hinteren Rotorkante	110
7.10 Turbulenzfrequenz bei 100% Durchfluss an Nachlaufkante	110
7.11 D73C53, 10%, Geschwindigkeit Outflow	111
7.12 D73C53, 10% Geschwindigkeit vor Nachlauf	111
7.13 D73C55, 10%, Geschwindigkeit Outflow	111
7.14 D73C55, 10%, Geschwindigkeit vor Nachlauf	111
7.15 D75C53, 10%, Geschwindigkeit Outflow	112
7.16 D75C53, 10%, Geschwindigkeit vor Nachlauf	112
7.17 D75C55, 10%, Geschwindigkeit vor Nachlauf	112
7.18 D75C55, 10%, Geschwindigkeit vor Nachlauf	112
7.19 D73C53, 10%, Geschwindigkeit im Spalt	113
7.20 D73C55, 10%, Geschwindigkeit im Spalt	113
7.21 D75C53, 10%, Geschwindigkeit im Spalt	113
7.22 D75C55, 10%, Geschwindigkeit im Spalt	113
7.23 D73C53, 25%, Geschwindigkeit Outflow	114
7.24 D73C53, 25% Geschwindigkeit vor Nachlauf	114
7.25 D73C55, 25%, Geschwindigkeit Outflow	114
7.26 D73C55, 25%, Geschwindigkeit vor Nachlauf	114

7.27 D75C53, 10%, Geschwindigkeit Outflow	115
7.28 D75C53, 25%, Geschwindigkeit vor Nachlauf	115
7.29 D75C55, 25%, Geschwindigkeit vor Nachlauf	115
7.30 D75C55, 25%, Geschwindigkeit vor Nachlauf	115
7.31 D73C53, 25%, Geschwindigkeit im Spalt	116
7.32 D73C55, 25%, Geschwindigkeit im Spalt	116
7.33 D75C53, 25%, Geschwindigkeit im Spalt	116
7.34 D75C55, 25%, Geschwindigkeit im Spalt	116
7.35 D73C53, 100%, Geschwindigkeit Outflow	117
7.36 D73C53, 100% Geschwindigkeit vor Nachlauf	117
7.37 D73C55, 100%, Geschwindigkeit Outflow	117
7.38 D73C55, 100%, Geschwindigkeit vor Nachlauf	117
7.39 D75C53, 100%, Geschwindigkeit Outflow	118
7.40 D75C53, 100%, Geschwindigkeit vor Nachlauf	118
7.41 D75C55, 100%, Geschwindigkeit vor Nachlauf	118
7.42 D75C55, 100%, Geschwindigkeit vor Nachlauf	118
7.43 D73C53, 100%, Geschwindigkeit im Spalt	119
7.44 D73C55, 100%, Geschwindigkeit im Spalt	119
7.45 D75C53, 100%, Geschwindigkeit im Spalt	119
7.46 D75C55, 100%, Geschwindigkeit im Spalt	119
7.47 Turbulenzfrequenz, Punktelinie I, 10%	120
7.48 Turbulenzfrequenz, Punktelinie V, 10%	120
7.49 Turbulenzfrequenz, Punktelinie I, 25%	120
7.50 Turbulenzfrequenz, Punktelinie I, 25%	120
7.51 Turbulenzfrequenz, Punktelinie I, 100%	120
7.52 Turbulenzfrequenz, Punktelinie I, 100%	120
7.53 Geschwindigkeit u, Punktelinie I, 10%	121
7.54 Geschwindigkeit u, Punktelinie V, 10%	121

7.55 Geschwindigkeit u, Punktelinie I, 25%	121
7.56 Geschwindigkeit u, Punktelinie V, 25%	121
7.57 Geschwindigkeit u, Punktelinie I, 100%	121
7.58 Geschwindigkeit u, Punktelinie V, 100%	121
7.59 Geschwindigkeit v, Punktelinie I, 10%	122
7.60 Geschwindigkeit v, Punktelinie V, 10%	122
7.61 Geschwindigkeit v, Punktelinie I, 25%	122
7.62 Geschwindigkeit v, Punktelinie V, 25%	122
7.63 Geschwindigkeit v, Punktelinie I, 100%	122
7.64 Geschwindigkeit v, Punktelinie V, 100%	122
7.65 Geschwindigkeit w, Punktelinie I, 10%	123
7.66 Geschwindigkeit w, Punktelinie V, 10%	123
7.67 Geschwindigkeit w, Punktelinie I, 25%	123
7.68 Geschwindigkeit w, Punktelinie V, 25%	123
7.69 Geschwindigkeit w, Punktelinie I, 100%	123
7.70 Geschwindigkeit w, Punktelinie V, 100%	123
7.71 D73C53, 10%, Druckverteilung	124
7.72 D73C55, 10% Druckverteilung	124
7.73 D75C53, 10%, Druckverteilung	124
7.74 D75C55, 10%, Druckverteilung	124
7.75 D73C53, 25%, Druckverteilung	125
7.76 D73C55, 25% Druckverteilung	125
7.77 D75C53, 25%, Druckverteilung	125
7.78 D75C55, 25%, Druckverteilung	125
7.79 D73C53, 100%, Druckverteilung	126
7.80 D73C55, 100% Druckverteilung	126
7.81 D75C53, 100%, Druckverteilung	126
7.82 D75C55, 100%, Druckverteilung	126

7.83 Druckverlauf, Punktlinie I, 10%	127
7.84 Druckverlauf, Punktlinie V, 10%	127
7.85 Druckverlauf, Punktlinie I, 25%	127
7.86 Druckverlauf, Punktlinie V, 25%	127
7.87 Druckverlauf, Punktlinie I, 100%	127
7.88 Druckverlauf, Punktlinie V, 100%	127

1 Einleitung

Die Energieversorgung Deutschlands (2006) basiert auf drei wichtigen Energieträgern, Öl (34 %), Kohle (24 %) und Gas (21 %). Dieser Energiemix wird sich nach entsprechenden Zukunftsszenarien bis 2020 ändern. Der Anteil des Erdgases wird dann vermutlich auf 29 % steigen und somit nimmt die Bedeutung dieses Energieträgers stark zu. Deutschlands Importabhängigkeit im Bereich Erdgas liegt bei 83 % und es gibt nur wenige Unternehmen, die Gas über firmeneigene überregionale Netze zu den Verbrauchern transportieren. Aufgrund der erwarteten starken weltweiten Energienachfrage durch Schwellenländer wie China und Indien werden die Energiepreise stark steigen [1]. 2003 wurden in Deutschland 992 Milliarden kWh Erdgas insbesondere von der Industrie und den Kraftwerken verbraucht, wobei 49 % des Gesamtverbrauchs auf die Haushalte entfielen [2]. Diese Erdgasmengen stellen einen riesigen volkswirtschaftlichen Wert dar, welcher in der Wertschöpfungskette bestehend aus den Teilgebieten Fördern - Transportieren - Speichern - Verteilen und Verbrauchen vermehrt wird. Der Haushaltskunde zahlt ca. 6 Eurocent pro kWh Erdgas [3], sodass die verbrauchte Erdgasmenge einen Wert von 59,5 Milliarden Euro besitzt. Entlang dieser Wertschöpfungs- oder auch Energiekette müssen diese Gasströme ständig überwacht und gemessen werden, damit eine korrekte Abrechnung zwischen Versorgern und Verbrauchern bezüglich Kosten und Betriebssicherheit durchgeführt werden kann. Die Gasversorgungskette besitzt einen Messfehler von ca. 1% [4] und die Verluste beziffern sich dadurch auf 595 Millionen Euro. Hinter dem Messfehler steckt demnach ein sehr großer finanzieller Schaden.

Über viele Jahre wird als mittelbarer Volumenzähler der Turbinenradgaszähler (TRZ) verwendet. Dieser ist für Hoch- und Niederdruck und auch für die eichpflichtige Volumenstrommessung geeignet. Er besitzt hohe Robustheit, Langzeitstabilität, eine gute Messgenauigkeit und einen relativ geringen Preis. Die Bemühungen konzentrieren sich auf die Erhöhung der Messgenauigkeit des TRZ über den gesamten Einsatzbereich. Um das zu erreichen, müssen die Einflussfaktoren auf das Messverhalten des Zählers bekannt sein. Ein mittlerweile anerkanntes und verbreitetes Werkzeug in der Produktentwicklung ist die Computational Fluid Dynamic (CFD). Die computergestützte Strömungssimulation ist eine schnelles und kostengünstiges Hilfsmittel für die Entwicklungsarbeit. Besonders können aufwendige und teure Parameterstudien im Rechner durchgeführt werden, um am Ende die Anzahl der Prototypen zu verringern.

1.1 Motivation und Stand der Forschung

In der vorliegenden Arbeit wird ein Verfahren vorgestellt, mit welchem Untersuchungen von Turbinenradgaszählern möglich sind. Es basiert auf Rechenergebnissen durch numerische Strömungssimulation am Beispiel eines TRZ (DN80, G160) der Firma RMG Messtechnik GmbH. Die CFD hat sich in den letzten Jahrzehnten so entwickelt, dass es ein wichtiges Werkzeug im Engineeringprozess geworden ist. Es ist zunehmend schwieriger geworden, gezielt Verbesserungen an einem TRZ vorzunehmen, ohne genaue Kenntnis der Details der internen Strömung im Gerät zu haben. Eine neue Generation leistungsfähiger CFD-Werkzeuge ist heute in der Lage, aufwendige Versuche und Testreihen bzw. vorhandene Messdaten aussagekräftig zu ersetzen [5]. Als ein erstes Beispiel dafür soll die Arbeit von Pereira [6] genannt werden. Dort werden numerische Untersuchungen zu Vorstörungen nach der Organisation des gesetzlichen Messwesens (Organisation Internationale de la Metrologie Legale - OIML) un-

tersucht. Grundsätzlich erfüllt die CFD folgende Ansprüche:

- Einsparung von Entwicklungskosten, da die Anzahl der Prototypen verringert werden kann.
- Steigerung der Entwicklungsqualität, da Simulationen die Strömung visualisieren kann.
- Untersuchungen werden ermöglicht, die experimentell nicht möglich sind.

Die Nachteile der numerischen Strömungssimulation sind z.B. der für komplexe Probleme enorme Zeitaufwand und die Unzulänglichkeiten der verwendeten Turbulenzmodelle. Häufig lassen sich aber in der Praxis strömungstechnische Probleme vereinfachen, sodass die Simulationszeit verringert werden kann. Weiterhin begünstigt die Zunahme der Leistungsfähigkeit von Computern die Entwicklung und Genauigkeit der CFD-Ergebnisse. Die Vernetzung von Computern (Cluster) und die Weiterentwicklung der Strömungslöser lassen eine Lösung von komplexeren Aufgaben zu [8]. Heute basieren annähernd 50% der vorgestellten Forschungsergebnisse auf numerischen Berechnungen [9]. Eine umfassende Simulation der Durchströmung von Turbomaschinen mit modernen numerischen Verfahren erfordert Programme, die die speziellen topologischen Eigenschaften dieser Berechnungsgebiete berücksichtigen. Nach dem klassischen Anwendungsgebiet der Tragflügelumströmung kann wohl der Bereich der Strömungs- und Turbomaschinen auf die längste Tradition in der anwendungsbezogenen numerischen Strömungsberechnung zurückblicken [10].

Erste systematische Untersuchungen von Turbinenradgaszählern wurden in den 60-iger Jahren des letzten Jahrhunderts in der Raketenentwicklung der USA von [11] und [12] durchgeführt. Die Motivation sich mit Turbinenradgaszählern zu beschäftigen lag darin, dass in der Luft - und Raumfahrt höchst präzise und zuverlässige Messgeräte nötig sind. Präzision ist sehr notwendig, weil ein unbekannter Treibstoffverbrauch eine Mission scheitern lassen kann.

[12] veröffentlicht Ergebnisse maschinenbautechnischer Fragestellungen und liefert bis heute gültige Erkenntnisse über auftretende Kräfte (Lager, Rotor) und Effekte, z.B. der Blade Interference Effekt, der Blade Shape Effekt usw. Turbinenradgaszählern finden auf Grund ihres ausgewogenen Verhältnisses von Vor- und Nachteilen bis heute Verwendung. [13] beruht auf Anwendererfahrung. Darin werden die Vorteile des TRZ von z.B. der Unempfindlichkeit gegenüber Strömungsstörungen, robuster und langlebiger Technik sowie die Nachteile von z.B. hohem Druckverlust und teilweiser Empfindlichkeit gegenüber Verschmutzung des Fluids dargestellt. Empfohlen wird in [13] eine Weiterentwicklung hinsichtlich der Fragestellungen von Störungsunempfindlichkeit, Diagnosemöglichkeiten, Wartung und Langzeitstabilität. Viele Untersuchungen bezüglich Strömungsstörungen wurden in den vergangenen Jahrzehnten durchgeführt und publiziert. Auf Grund der grossen Anzahl von Veröffentlichungen in diesem Bereich sind hier nur [14], [15], [16] und [17] genannt. Darin werden dreidimensionale Strömungsstörungen mit Hilfe von bestimmten Krümmeranordnungen erzeugt und die Auswirkungen auf das Messerverhalten untersucht. [17] leitet daraus ein Berechnungsmodell für eine Messfehlerabschätzung ab.

Ingenieure interessiert es schon immer, wie die Strömungsfelder in Maschinen und Geräten genau aussehen. Berechnungen dazu sind seit langem möglich, da die analytischen Beschreibungen von Strömungseffekten spätestens seit Leonhard Euler (1707 - 1783) und Daniel Bernoulli (1700 - 1782) bekannt sind. In der weiteren Entwicklung der Ingenieurwissenschaften wurden die Navier - Stokes - Gleichungen formuliert. Diese sind die Grundgleichungen der Strömungsmechanik für newtonsche Fluide. Mit Hilfe dieser Gleichungen, der Numerik und Computern lassen sich heute Strömungen in beliebigen Geräten ausreichend genau berechnen. Dieser Arbeitsbereich wird Computational - Fluid - Dynamics (CFD) genannt. Diese wird in einem sehr grossen Bereich des Maschinenbaus eingesetzt, also auch in der Entwicklung von Gasvolumenstrom-

messgeräten.

Neben dem Turbinenradgaszähler gibt es auch weitere Zählerarten, z.B. die Wirbelfrequenzzähler. Deren Messprinzip beruht auf der periodischen Wirbelablösung hinter einem Störkörper. Dieses robuste Messgerät wird z.B. in [18], [19] und [20] behandelt. In letzterer Veröffentlichung wird ein Wirbelzähler experimentell und numerisch untersucht. Dabei wurden Geometrievariationen, z.B. von Radien, bei verschiedenen Reynoldszahlen, durchgeführt. Es konnte gezeigt werden, dass sich durch Abrasion der Kanten des Störkörpers ein signifikanter Effekt ergibt. Die Ablösefrequenz sinkt bis zu 3% . Perpeet hat in [19] verschiedene Störkörperformen numerisch untersucht, um die Qualität der Ablösefrequenz (pressure signature) zu verbessern. Ein weiteres sehr robustes, doch schwierig zu fertigendes Messgerät, ist die Blende. Auch diese wurde als ein geometrisch sehr einfaches Untersuchungsobjekt numerisch untersucht. Als Beispiele sollen nur [21] und [22] genannt werden. Erdal und Andersson [21] untersuchten bezogen auf die Numerische Simulation einer Blende die Abhängigkeit der Ergebnisse von verschiedenen Netzen, Grenzschichtbedingungen und Turbulenzmodellen. Detaillierte Untersuchungen von Venturidüsen bei sehr kleinen Reynoldszahlen ($Re = 323 - 452$) sind in [22] dargestellt. Die experimentellen und numerischen Ergebnisse stimmen gut überein. Dietrich legt in seiner Dissertation [23] den Schwerpunkt auf die Auslegung und Verwendung der Düsen unter voller Berücksichtigung der Realgaseffekte. Die Ergebnisse fließen in die praktische Umsetzung bei der Auslegung der Düsen für Hochdruckerdgas. Weiterhin werden die verschiedenen Berechnungsmethoden für die Düsenauslegung gegenübergestellt und der Einfluss von Druck und Temperatur diskutiert. Den Abschluss bildet die konkrete Auslegung der Düsen sowie des gesamten Düsennormals und die Kalibrierung. Kurz genannt sollen noch Veröffentlichungen zu numerischen Simulationen von Drehkolbenzählern, z.B. [24] und [25] und Ultraschallzählern [26]. Die numerische Simulation von Ultraschallzählern

ist wenig spektakulär, da es sich geometrisch betrachtet um ein Rohr handelt. Es interessiert in der Regel der Einfluss der in die Strömung hineinragende Sensorköpfe oder Temperaturtaschen.

Der Turbinenradgaszähler ist Bestandteil interessanter Veröffentlichungen, von denen nachfolgend einige genannt werden sollen. [27] beschäftigt sich mit dem Messverhalten eines TRZ bei verschiedenen Gastemperaturen. Drei Dinge beeinflussen das Arbeitsverhalten des Zählers: die Temperatur beeinflusst die kinematische Viskosität des Gases und des Lageröls, sowie die thermische Ausdehnung des Werkstoffs des Messwerks. Es wird gezeigt, dass sich bei ungeeigneter Werkstoffkombination und ungünstigen Durchmesserhältnissen starke Temperaturempfindlichkeiten ergeben.

Die Reibung des Messfluids auf der Nabe des Turbinenrades, besonders bei hochviskosen Medien, hat einen großen Einfluss auf die Messgenauigkeit. In [28] werden verschiedene Designs für ein Hohlhabenrotor vorgestellt. Es zeigt sich, dass bei Messungen mit Wasser und Dieselöl ein Hohlhabenrotor einen geringeren Einfluss bei Viskositätswechsel zeigt.

Eine Sonderform eines Turbinenradgaszählers ist ein tangential angeströmter TRZ. Der Versuch der Berechnung des antreibenden Momentes und die Ermittlung des K-Faktors wird in [29] unternommen. Nach der Analyse des Druck- und Geschwindigkeitsfeldes zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit den Prüfstandswerten.

Die Entwicklung eines dynamischen Modells eines TRZ wird in [30] vorgestellt. Es basiert auf den Erhaltungsgleichungen der Masse, der Energie und des Impulses. Daraufhin wurde ein Computermodell entwickelt.

Der Turbinenradgaszähler besitzt einen positiven Fehler bei pulsierenden Strömungen. Solche speziellen Strömungsformen entstehen meistens durch Kolbenverdichter in stromaufwärts Richtung. Wie groß der Messfehler ist und wie der Einfluss solcher Strömungen auf den Zähler minimiert werden kann, stellen

[31] und [32] dar. Diese untersuchen z.B. experimentell, wie sich die Anström- kanten der Rotorblätter bei Pulsationen auf das Messverhalten auswirken. Neben dem Einfluss des Rotors auf das Messverhalten hat auch der Strö- mungsgleichrichter eine entscheidende Auswirkung. Es gibt viele Untersuchun- gen zu diesem Gebiet. Als Beispiel dafür sollen [33] und [34] angeführt wer- den. Letztere Veröffentlichung führt eine numerische Simulation eines zweistu- figen Strömungsgleichrichters durch. Dieses neue Design soll Wirbel in der An- strömung besser minimieren als herkömmliche Gleichrichter. Der Einsatz von Turbinenradgaszählern und die Erfahrungen aus Sicht der Anwender werden in [35] ausführlich dargestellt. Besonderes Augenmerk wird auf die Fehlerver- schiebung durch den langjährigen Betrieb gelegt. Die Abnutzung der Lager und die Verschmutzung des Zählers können die Qualität der Messung nach vie- len Jahren beeinflussen. Gewöhnlich werden TRZ in der Gasversorgung bei hohen Drücken eingesetzt. Doch dann haben diese Zähler gegenüber einer Lufteichung (1 bar) eine abweichende Fehlercharakteristik. In [36] wird erklärt, dass dieser Effekt durch entsprechende Fertigungstoleranzen und durch ständi- ge Kontrollen über Hochdruckprüfstände minimiert werden kann. Weiterhin wer- den Maßnahmen zur Senkung des Druckverlustes gegeben. Die Forschung und Entwicklung im Bereich der Turbinenradgaszähler mit Hilfe von CFD ist, im Ver- gleich zu anderen Aufgabenfeldern (z.B. der Gasturbinen - und Pumpenindus- trie), wenig verbreitet. Die Firma RMG Messtechnik hat die Notwendigkeit er- kannt, auf diesem Gebiet Entwicklungsarbeit leisten zu müssen. Doch der sinn- volle Einsatz von CFD hat auch Grenzen. In [37] wird ausgeführt, dass in der Praxis ein Kompromiss zwischen Aufwand und Nutzen gefunden werden muss. Es kann nicht das gesamte Spektrum an auftretenden Strömungsphänomenen berücksichtigt werden. Im Jahr 1996 hat Hiegemann [38] erste Simulationen der dreidimensionalen Laufradströmung für den stationären Fall durchgeführt. Mit zunehmender Leistungsfähigkeit der Computer und steigendem Anwender-

wissen konnte die Genauigkeit und Qualität der Berechnungen stark gesteigert werden. In [8] und [53] wurden sehr genaue dreidimensionale, reibungsbehaftete, instationäre und zeitgenaue Simulationen eines Strömungskanals durchgeführt. Dieser bestand aus zwei Gleichrichterschaukeln und einer Rotorschaukel. Für die Berechnungen wurden die Löser ACHIEVE und Fluent verwendet. Um eine zeitgenaue Kopplung des stehenden und rotierenden Gitters zu ermöglichen, wurde die "sheared - cell" - Technik implementiert.

Für die vorliegende Arbeit wichtige Denkansätze geben [39], [40], [41], [42] und [44]. Hilgenstock [39] macht wichtige und notwendige Vereinfachungen für die Numerische Simulation, da zu dem Zeitpunkt der Untersuchungen die Rechnerkapazitäten Einschränkungen nötig machten. Einschränkungen sind z.B. dass nur eine Rotorschaukel abgebildet und keine Wechselwirkung von Stator und Rotor berücksichtigt wurden. Für die Drehzahl im Auslegungspunkt wurde eine vom Autor entwickelte Methode zur Messfehlerabschätzung entwickelt. Diese basiert auf der Annahme, dass sich bei konstanter Drehzahl das Antriebs - und Bremsmoment im Gleichgewicht befinden. Empfohlen wird diese Methode, um in der Praxis Parameterstudien mit hinreichender Genauigkeit durchzuführen. Die Methode wurde in [40], [41] und [42] wieder aufgegriffen und durch genauere, instationäre Rechnungen verbessert. Die Lagerreibung wurde vernachlässigt und die instationäre Wechselwirkung vom Rotor und Stator berücksichtigt. Die wesentliche Änderung gegenüber Hilgenstock [39] ist der Bezug auf den dimensionlosen Momentenbeiwert c_m . In der Arbeit wurde die Drehzahl um 2 % vergrößert bzw. verringert und dabei eine stückweise lineare Abhängigkeit des Momentenbeiwerts c_m von der Drehzahl ω angenommen. Diese Annahme ist wichtig, um die Rotordrehzahl bei $c_m = 0$ zu ermitteln. Diese Drehzahl liegt über oder unter der Auslegungsdrehzahl. Diese Differenz ist der gesuchte Messfehler des Zählers. Grundsätzlich steht damit eine Methode zur Verfügung, um eine Fehlerkurve abzuschätzen. In [43] wurde erstmals

ein Flüssigkeitsturbinenzähler mit dem Durchmesser von 15 mm im vollen Umfang simuliert. Es wurden die Kalibrierungsfaktoren (K - faktor) experimentell und rechnerisch ermittelt. Die Rechnung hat gegenüber dem Experiment eine Genauigkeit von 1,9 % . In Verbindung mit Änderungen der physikalischen und geometrischen Parameter ist es nun möglich, einen Testmethode anzuwenden, die mit dem Begriff "*Numerischer Prüfstand*" beschrieben werden kann. In [44] wird schon dieser Ausdruck für ein von der TU - München entwickeltes numerisches System verwendet. Dabei wurde das sogenannte Q3D - Verfahren auf Schnittebenen im Schaufelkanal genutzt. Die Strömungsfelder zwischen Schnittebenen wurden interpoliert. Durch eine grobe zeitliche Auflösung konnten schnell Rechnungen durchgeführt werden. Dieses Verfahren hat sich aber mit zunehmender Entwicklung kommerzieller Strömungssoftware nicht durchgesetzt. Das Projekt aus [44] wurde in Kooperation des VDMA und der Pumpenindustrie durchgeführt, da diese ebenfalls daran interessiert ist, schnelle, kostengünstige und zuverlässige Pumpenkennlinien zu erhalten. Die Universität Stuttgart entwickelt mit weiteren Partnern aus vier Ländern im Rahmen eines EU-Projekts einen virtuellen Prüfstand. Den Kern des Prüfstandes stellt dabei die Visualisierungs- und Simulationsumgebung COVISE (COllaborative VIsualization and Simulation Environment [7]) dar. In diese Umgebung werden die entsprechend benötigten Module eingebettet. Diese sind der Geometriemanager, der Gittergenerator, der Strömungslöser und spezielle Auswertungsroutinen. COVISE hilft durch einen hohen Automatisierungsgrad der Vernetzung und Geometrie schnell zufriedenstellende Ergebnisse zu erlangen.

1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Die Arbeit soll einen Beitrag für eine schnelle und kostengünstige Weiterentwicklung eines Turbinenradgaszählers geben. Mit Hilfe der numerischen Strö-

mungssimulation (CFD) können heutzutage Strömungen berechnet und visualisiert werden. Doch die berechneten Daten müssen in geeigneter Form ausgewertet werden. Der Entwicklungsingenieur in der Messtechnik verwendet aufwendig ermittelte Messfehlerkurven zur Beurteilung des Messverhaltens eines Turbinenradgaszählers. Nachfolgend wird eine Methode vorgestellt, mit der mit Hilfe der CFD-Kennlinien für eine Analyse eines TRZ berechnet werden können. Zusätzlich wird der Einfluss der Düsenmaße im Nachlauf erklärt und welcher Parameter den größeren Einfluss besitzt. In den nachfolgenden Kapiteln wird diese Methode ausführlich dargestellt. Beginnend mit Kapitel 1 wird ein Überblick über die Entwicklung des TRZ und seine Untersuchungen im Bereich der Ingenieurwissenschaft gegeben. In den letzten Jahren liegt der Schwerpunkt der Veröffentlichungen im Bereich CFD, wobei im Vergleich zu anderen Maschinenbaubereichen die Anzahl der Veröffentlichungen gering ist. Die Idee eines "Numerischen Prüfstandes" für z.B. Kreislumpen wurde in [44] formuliert. Die Ansätze und Inhalte der bekannten numerischen Prüfstände ist teilweise sehr unterschiedlich. Um zu zeigen, welche theoretischen Grundlagen und Wirkprinzipien in einem TRZ auftreten, sind im Kapitel 2 die entsprechenden Zusammenhänge dargestellt. Darin werden die beiden für die vorliegende Arbeit entscheidenden Ansätze für die Berechnung des Rotordrehmoments gegeben. Mit Hilfe dieser Ansätze und einer Lagerreibungskorrektur wird eine analytische Beschreibung des dimensionslosen Momentenbeiwerts c_m hergeleitet. Das Kapitel 3 stellt den gedanklichen Kern der Arbeit dar. In ein im Rahmen dieser Arbeit programmiertes Berechnungsprogramm ist der Lösungsalgorithmus des "Numerischen Prüfstandes" implementiert und ermöglicht eine schnelle und einfache Berechnung der Momentenkurven. Für die Berechnungen wurde das kommerzielle Softwarepaket ANSYS CFX 11.0 eingesetzt. Im Kapitel 4 werden die dazugehörigen wichtigen Grundlagen und Gleichungen kurz dargestellt, mit welchen das Programm arbeitet. Aufgrund des Um-

fanges des dazugehörigen Stoffes wird nur eine sehr kurze Übersicht dazu gegeben und der interessierte Leser findet eine Menge Literatur dazu. Ein wichtiger Bestandteil dieser Arbeit ist die Validierung des "Numerischen Prüfstandes" durch den hauseigenen Hochdruck-Luft-Prüfstand. Die Ergebnisse dieses Vergleiches sind im Kapitel 5 dargestellt. Nachdem die Leistungsfähigkeit des Berechnungsalgorithmus nachgewiesen wurde, konnten anschliessend Parameterstudien durchgeführt werden. Die Darstellung und Auswertung dieser dazugehörigen Ergebnisse sind im Kapitel 6 aufgeführt. Eine Auswahl von vier Parametervariationen wurde berechnet und die dazugehörigen Momentenbeiwertkurven über dem Durchfluss aufgetragen. Zur Überprüfung des vorgestellten "Numerischen Prüfstandes" wurden zwei weitere Tests durchgeführt. Die Korrektur der Kurven durch die Anpassung der Rotordrehzahl und die Simulation eines Linksdralls und seine Auswirkung auf die Kurven zeigten der Realität entsprechende Ergebnisse. Für weitere Analysen wurden als Auswertekriterien die Wirbelfrequenz und die vektoriellen Geschwindigkeitskomponenten verwendet. In dem anschliessenden Kapitel 7 werden die Ergebnisse zusammengefasst und Empfehlungen für ein verbessertes Design gegeben. Im Anhang finden sich die wichtigsten Diagramme und Contourplots der Strömungsfelder.

2 Der Turbinenradgaszähler

2.1 Grundlagen

Die Funktionsweise von Turbinenradgaszählern ist allgemein bekannt, sodass für einen tiefergehenden Einblick in die Funktionsweise und den Betrieb eines Turbinenradgaszähler eine grosse Anzahl von Veröffentlichungen und Lehrbüchern verwendet werden kann [68], [69], [70], [71], [72]. An dieser Stelle soll nur auf das Wesentliche eingegangen werden. Anschliessend werden zwei Methoden vorgestellt, um das Antriebsmoment des Rotors eines TRZ zu berechnen. Aus diesen Ansätzen wird der hier vorgestellte "Numerische Prüfstand" entwickelt.

Funktionsweise: Turbinenradgaszähler sind in der Regel axial angeströmte Strömungsmaschinen mit mechanischer Messwertübertragung zur Messung großer Gasvolumen [65], [67]. Die durchströmte Gasmenge wird in Volumeneinheiten bei aktuellem Druck und aktueller Temperatur (Betriebskubikmeter) in einem mechanischen Zählwerk summiert. Der Gasstrom wird auf einen definierten Querschnitt eingeschnürt und treibt ein koaxial gelagertes Turbinenrad an. Die Drehgeschwindigkeit des Turbinenrades, die dem Durchfluss proportional ist, wird durch ein Getriebe untersetzt und auf das mechanische Rollenzählwerk übertragen.

Aufbau: Ein Turbinenradgaszähler besteht aus dem Gehäuse, dem Verdrängungskörper, dem Messrad mit Lagerung, dem Untersetzungsgetriebe, der Magnetkupplung und dem Zählwerk. Im Zählergehäuse befindet sich das Mess-

werk mit dem Turbinenrad. Vor dem Messwerk sitzt ein Strömungsgleichrichter, der weitgehend Turbulenzen und Drall aus dem Gasstrom eliminiert und das Gas gezielt auf die Turbinenschaufeln leitet. Die vom Turbinenrad erzeugte Drehbewegung wird mit einer magnetischen Kupplung vom druckbeaufschlagten Zählergehäuse in den drucklosen Zählwerkskopf übertragen. Im Zählwerkskopf untersetzt ein Getriebe die Drehzahl. Es kann durch eine geeignete Auswahl eines Justierzahnradpaares so angepasst werden, dass auf dem mechanischen Zählwerk Betriebskubikmeter angezeigt werden. Am mechanischen Zählwerk sitzt ein Reedkontakt (oder ein induktiver Sensor), der niederfrequente Pulse liefert, deren Anzahl dem geflossenen Betriebsvolumen proportional ist [45, 47]. Abbildung 2.2 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines TRZ grafisch.

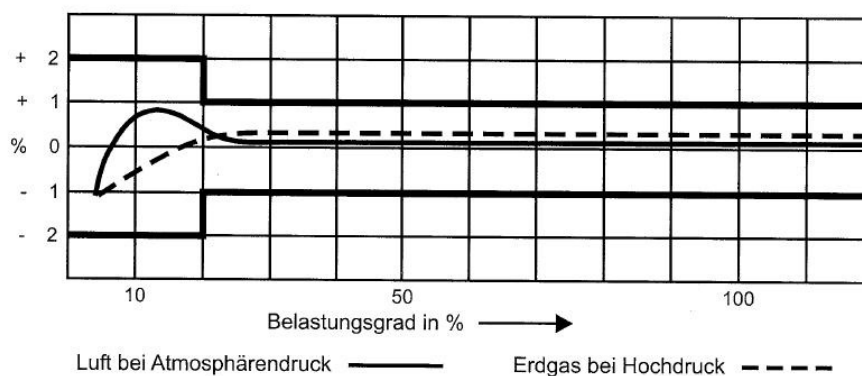


Abbildung 2.1: Typische Fehlerkurven eines TRZ bei Luftdruck und Hochdruck, [47]

Die typischen Fehlerkurven der Turbinenzähler steigen vom Anlaufwert steil an, laufen meist über ein Maximum, das sich im wesentlichen auf zwei gegen- einander wirkende Einflüsse, Grenzschichtbildung und Lagerreibung, zurück- führen lässt, um dann im Allgemeinen langsam abzufallen und schliesslich ho- rizontal zu verlaufen, s. Abbildung 2.1. Die Form der Fehlerkurve wird bestimmt durch [45], [51]:

- die nichtlinearen Beziehungen zwischen Strömungsprofil, Viskosität, Tur-

bulenz und Volumenstrom

- die Größe der mechanischen Reibung
- der elektrischen Rückwirkung des Abgriffsystems
- der dynamischen Viskosität
- der Nennweite der TRZ

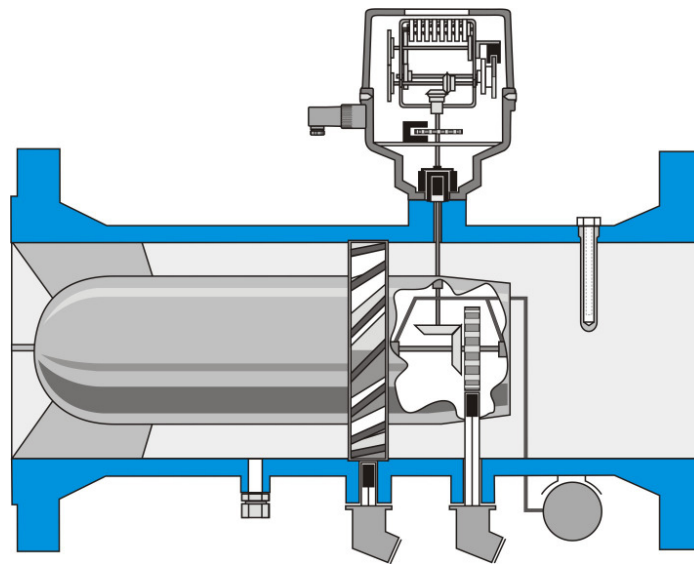


Abbildung 2.2: Turbinenradgaszähler der RMG Messtechnik GmbH, [47]

In einem Turbinenradgaszähler wirken aufgrund der großen Volumenströme und Geschwindigkeiten große Momente. In einem idealen Zähler muss die Summe der einzelnen Momente Null sein. Es treten folgende Momente auf [12]:

1. Antriebsmomente
2. Widerstandskräfte der Rotorblätter
3. Widerstandskräfte auf der Rotornabe
4. Momente der Rotorspitzenverluste

5. Reibungsverluste in den Lagerungen

6. Verluste durch elektronische Sensoren

Für die vorliegende Arbeit wurde ein Turbinenradgaszähler TRZ03 DN80 G160 mit einem maximalen Volumenstrom von $250 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ betrachtet.

2.2 Analytische Beschreibung des Rotordrehmomentes

In der Literatur werden im Allgemeinen zwei Methoden für die Berechnung des Antriebsmoments des Turbinenrades verwendet:

- Impulsansatz [48]
- Profilansatz [49]

Der *Impulsansatz* verwendet die integrale Momentengleichung zur Berechnung des Antriebsmomentes. Die wichtigste Voraussetzung für diese Methode ist die Annahme, dass Strömungsablösungen nicht berücksichtigt werden. Es wird eine gleichmäßige tangentielle Abströmung von den Turbinenradschaufeln angenommen. Diese Annahme gilt für Rotoren mit großer Überdeckung.

Der *Profilansatz* leitet das Rotordrehmoment aus der Verwendung der Profilttheorie für ein einzelnes Profil und dem darauffolgenden Auftriebskoeffizienten ab. In dieser Methode sind mögliche Strömungsablösungen nicht relevant und Schaufelbeeinflussungen werden vernachlässigt. Das bedeutet die Annahme, dass mit zunehmender Schaufelanzahl auch die Auftriebskräfte zunehmen. Um besser die Schaufelbeeinflussungen zu erfassen verbesserte [12] den Profilansatz mit der zweidimensionalen ebenen Schaufelgittertheorie von [50].

Nachfolgend werden die beiden Methoden detaillierter erklärt.

2.2.1 Der Impulsansatz

In einem Turbinenradgaszähler wirkt eine sehr komplexe dreidimensionale Strömung. Als Näherung für diese komplizierte Strömung wird ein unendliches zweidimensionales Schaufelgitter (Abbildung 2.3) mit gleichförmiger Anströmung u_{in} bei dem Radius r als Annäherung der Strömung der Kreisscheibe zwischen r und $r + dr$ angenommen. Die Koordinate x definiert die axiale Strömungsrichtung durch den TRZ und die Koordinate y entspricht der Umfangsrichtung. Die Radialgeschwindigkeit wird vernachlässigt und eine konstante Winkelgeschwindigkeit ω vorausgesetzt. Das Kontrollvolumen für das Schaufelgitter zeigt Abbildung 2.4.

Für die Berechnung des Antriebsmoments des Rotors werden das Gesetz zur Erhaltung der Masse in integraler Form und die Impulsgleichung in integraler Form verwendet.

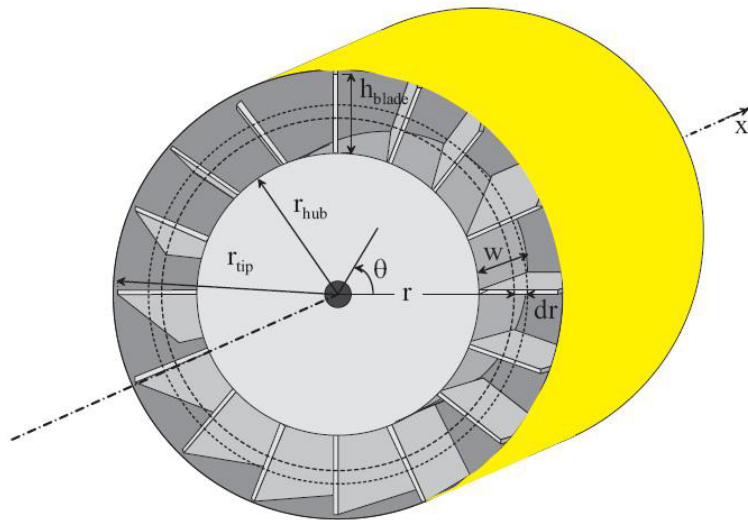


Abbildung 2.3: Terminologie des Kontrollvolumens, [52].

$$\frac{d}{dt} \iiint_{CV} \rho dV + \iint_{CS} \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dA = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{d}{dt} \iiint_{CV} \rho v dV + \iint_{CS} \rho v (v \cdot n) \cdot n dA = - \iint_{CS} p n dA + \iint_{CS} \tau n dA + F_{bf} \quad (2.2)$$

Die Gleichungen werden angewendet auf die Oberfläche des Kontrollvolumens des Rotors CS mit dem normalen Vektor n , dem ortsfesten Kontrollvolumen CV umgeben von CS , der Fluidichte ρ , dem Geschwindigkeitvektor v , dem Druck p , dem Spannungstensor τ und F_{bf} als die durch die Turbine auf das Fluid wirkende Kräfte.

Im idealen theoretischen Fall verlässt die Strömung den Rotor parallel zu den Rotorblättern entlang des Umfangs bzw. in y -Richtung gemäß Abbildung 2.4. Das bedeutet eine Vernachlässigung der radialen Geschwindigkeit und der Corioliskräfte. Es wird auch eine drallfreie Strömung $v_\theta = 0$ bzw. $v_y = 0$ angenommen. Liegt eine stationäre inkompressible Strömung vor und wird das Gesetz zur Erhaltung der Masse (Gleichung 2.1) für ein Volumenelement dr (Abbildung 2.3) angewendet, erhält man:

$$u_{in,x} dA_{in} = u_{out,x} dA_{out} \quad (2.3)$$

Wenn die Eintritts dA_{in} - und Austrittsflächen dA_{out} gleich sind und die Strömung inkompressibel ist, gilt $dA_{in} = dA_{out} = 2\pi r dr$. Für die dazugehörige Eintritts - und Austrittsgeschwindigkeit in x - Richtung gilt dann $u_{in,x} = u_{out,x}$.

Bei den oben genannten Annahmen und unter Vernachlässigung der Viskositätskräfte, $Re \gg 1$, die Impulsgleichung in y -Richtung für stationäre Strömungen an einem Element dr wird:

$$\rho((u_{out,y} + \omega r)u_{out,x} dA_{out} - u_{in,x} \omega r dA_{in}) = dF_{bf,y} \quad (2.4)$$

Entsprechend Abbildung 2.4 gilt:

$$u_{out,y} = u_{out,x} \tan \beta - \omega r \quad (2.5)$$

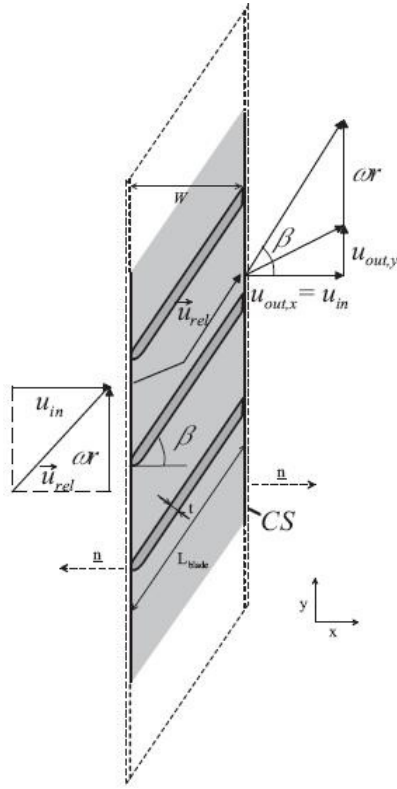


Abbildung 2.4: Schaufelgitter mit Terminologie der Geschwindigkeiten, [52].

Durch Einsetzen der Gleichungen 2.3 und 2.5 in Gleichung 2.4 kann die y - Komponente der Kraft ermittelt werden, welche der Rotor auf das Fluid ausübt:

$$dF_{bf,y} = \rho u_{out,x}^2 \tan \beta dA_{out} - u_{in,x} \omega r dA_{in} \quad (2.6)$$

Die Kraft des Fluids auf den Rotor ist gleich und entgegengesetzt der Kraft des Rotors auf das Fluid ($dF_{bf,y} = -dF_{fb,y}$). Das Drehmoment dT_d eines Fluidelementes bzgl. der Rotationsachse ist gleich:

$$dT_d = r dF_{fb,y} \quad (2.7)$$

Nach der Integration dieser Gleichung unter Berücksichtigung der Integrationsgrenzen des Nabenradius r_{hub} und dem Schaufelspitzenradius r_{tip} (s. Abbil-

dung 2.3) ergibt sich das Drehmoment aus der Impulsbetrachtung zu:

$$T_d = - \int_{r_{hub}}^{r_{tip}} \rho u_{out,x}^2 (\tan \beta) \cdot r \cdot dA_{out} + \int_{r_{hub}}^{r_{tip}} \rho \cdot u_{in,x} \cdot \omega \cdot r^2 dA_{in} \quad (2.8)$$

2.2.2 Der Profilansatz

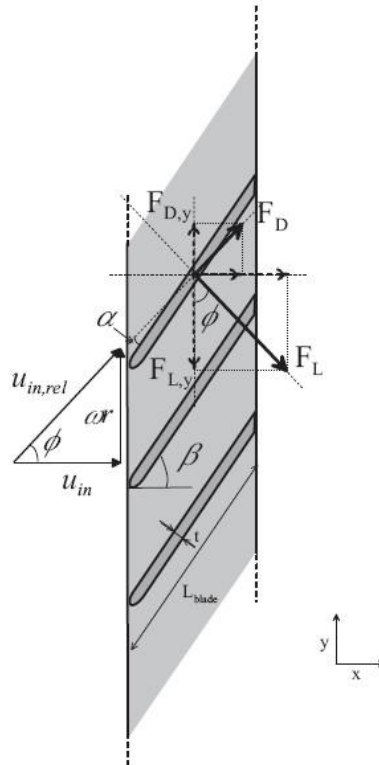


Abbildung 2.5: Auftriebs - und Widerstandskraft an einem Turbinenflügel an einem zweidimensionalen Flügelgitter, [52].

Eine weitere Methode das Antriebsmoment des Rotors zu ermitteln ist der Profilansatz. Auch hier gilt, als Näherung für diese komplizierte Strömung wird ein unendliches zweidimensionales Schaufelgitter mit gleichförmiger Anströmung u_{in} bei dem Radius r als Annäherung der Strömung der Kreisscheibe zwischen r und $r + dr$ angenommen (s. Abbildung 2.5). Im Gegensatz zum Momentenansatz wird keine nichtabgelöste Strömung angenommen. Das An-

triebsmoment des Rotors wird hier durch die Bestimmung der Auftriebs - und Widerstandskräfte zu einem ortsfesten Koordinatensystem zur Turbinenschaufel durchgeführt. Die Auftriebskraft F_L wirkt senkrecht zur relativen Eintrittsgeschwindigkeit $u_{in,rel}$ und die Widerstandskraft F_D wirkt parallel zu dieser Eintrittsgeschwindigkeit. Die y - Komponente der Kraft F_y der Strömung auf eine Turbinenschaufel kann durch die Auftriebskraft F_L und die Widerstandskraft F_D ausgedrückt werden:

$$F_y = n(-F_L \cos \phi + F_D \sin \phi) \quad (2.9)$$

Es ist $\phi = \beta - \alpha = \arctan(\frac{\omega r}{u_{in,x}})$, β ist der Schaufelwinkel bzgl. der x - Achse, n ist die Anzahl der Rotorblätter und α der Anströmwinkel. Der Auftriebsbeiwert c_L und der Widerstandsbeiwert c_D sind folgendermaßen definiert:

$$c_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho u_{in,rel}^2 A} \quad (2.10)$$

$$c_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho u_{in,rel}^2 A} \quad (2.11)$$

L_{Blade} ist die Schaufelsehnenlänge. Die Auftriebs - und Widerstandsbeiwerte sind eine Funktion des Anströmwinkels α und die Reynolds - Re und Machzahl Ma haben einen geringen Einfluss auf die Koeffizienten. Mit Hilfe dieser Beiwerte kann unter Berücksichtigung der Schaufelanzahl n mit folgender Gleichung das Antriebsmoment ermittelt werden:

$$T_d = \int_{r_{hub}}^{r_{tip}} \frac{1}{2} n \cdot \rho u_{in,rel}^2 L_{Blade} (-c_L \cos \phi + c_D \sin \phi) r dr \quad (2.12)$$

3 Theorie des “Numerischen Prüfstandes“

Die analytische Berechnung einer durch reale Prüfstände aufgenommenen Fehlerkurve ist nicht möglich. Daher wird in der vorliegenden Arbeit ein Weg für die Erstellung einer äquivalenten Bewertungskurve vorgestellt. Eine reale Kurve wird durch einen Vergleich mit einem anderen Gaszähler, dem Normal (durch Korrekturen ein Zähler mit konstantem K - Faktor), ermittelt und die ausgelösten Impulse pro Volumeneinheit vom Normal und dem Prüfling verglichen. Die Abweichung der Impulsanzahl des Prüflings von der Impulsanzahl des Normals über dem Volumenstrom wird als Fehlerkurve angegeben. Diese Impulse werden in einem TRZ durch die Turbinenradschaufeln an den Impulsgebern ausgelöst. Die Impulsfrequenz und die Rotordrehzahl sind proportional. Der durch den Zähler strömende Volumenstrom ist der Rotordrehzahl proportional ($Q = K\omega$) und die dazugehörige Proportionalitätskonstante wird der K - Faktor oder *meter – factor* genannt. Ein idealer Zähler hat über seinen gesamten Arbeitsbereich einen konstanten K - Faktor. Das bedeutet, ist der K - Faktor nicht linear liegt keine ideale Durchströmung vor und der TRZ misst nicht exakt, da er nicht gesamten Volumenstrom erfasst.

Die vorliegende Arbeit basiert auf der Annahme eines idealen Zählers. Das bedeutet, das Laufrad antreibende und bremsende Momente bei jeder Drehzahl exakt im Gleichgewicht sind. Folgende Kräfte wirken auf einen Rotor:

1. Antriebsmomente durch Auftriebs - und Impulskräfte
2. Bremsmomente durch Form - und Reibwiderstände

Diese Momente sind genaugenommen Verluste der Energieumwandlung im TRZ. Ein TRZ ist eine Arbeitsmaschine in der translatorische kinetische Energie in Rotationsenergie umgewandelt wird. Der TRZ ist ein Spezialfall, da in diesem entgegengesetzt anderer Anwendungen die entnommene Arbeit gegen Null streben sollte. Wäre die entnommene Arbeit Null, würde das ein idealer Zähler ohne Verluste sein. Es muss aber Arbeit für die Überwindung der Verluste aufgewendet werden. Das komplexe Zusammenspiel dieser Verluste bewirkt eine Änderung der Kräftebilanz an dem Rotor und letztendlich der Drehzahl. Über den gesamten Volumenstrombereich ändern sich die Anteile der Verluste an der Kräftebilanz, sodass ein linearer K - Faktor im gesamten Einsatzbereich eines TRZ nicht möglich ist. Nur eine ÄNDERUNG der Verluste bewirkt eine ÄNDERUNG der Drehzahl. Dieser Gedanke wurde z.B. in folgenden Veröffentlichungen ebenfalls formuliert [39], [40], [41] und [42]

Wird das Flügelgitter des TRZ durchströmt entstehen Verluste, welche sich als Ablösungen und Wirbelstrukturen äußern. In solchen Turbulenzgebieten wird Energie dissipiert. Weiterhin tritt bei einem Schaufelwinkel von 45° der Stall - Effekt (Ablösung der Strömung an Anström - und Abströmkante eines Flügels) auf. In der vorliegenden Arbeit wird die resultierende Strömungsgeschwindigkeit vor und hinter dem Laufrad bilanziert und für die Bewertung der Verluste herangezogen. Dabei wurde folgender Grundgedanke angenommen: *Alle Verluste äußern sich in einer Abnahme der Strömungsgeschwindigkeit hinter dem Rotor. Ist die Einströmgeschwindigkeit in das Bilanzgebiet des Rotors gleich der Ausströmgeschwindigkeit, liegen keine Verluste durch die Strömung vor.* Die Bilanzierungsgröße ist demnach die Verschiedenheit zwischen den Strömungsgeschwindigkeiten.

Entsprechend der vorherigen Ausführungen müsste die Differenz der Strömungsgeschwindigkeit als Beurteilungskriterium der Abweichung von einem idealen Fehler verwendet werden. Das ist jedoch nicht sinnvoll, da diese Dif-

ferenz eine Dimension (Weg pro Zeit) besitzt. Der Messfehler zur Erstellung der Messkurve ist aber ein dimensionsloser Wert. *Der dimensionslose Momentenbeiwert c_m wird aufgrund obiger Ausführungen als das Äquivalent zum Messfehler angenommen.* Um den Momentenbeiwert c_m einzuführen, wird die in der Strömungsmechanik verwendete Grundgleichung 3.1 für die Berechnung des Moments auf einen umströmten Körper angewendet:

$$M = c_m \cdot \frac{\rho}{2} \cdot u_{in}^2 \cdot A_{Spant} \cdot L \quad (3.1)$$

in der A_{Spant} die Spant- bzw. die Schattenfläche eines Rotorblattes und $L = L_{Blade}$ die Sehnenlänge ist. Eine weitere Annahme ist, dass sich das Gesamtantriebsmoment M , welches auf den Rotor wirkt, aus den Impuls M_M - und dem Auftriebsmomenten M_A zusammensetzt:

$$M_M + M_A = c_m \cdot \frac{\rho}{2} \cdot u_{in}^2 \cdot A_{Spant} \cdot L \quad (3.2)$$

Der bedeutendste mechanische Verlust in einem TRZ ist die Lagerreibung. In der vorliegenden Arbeit werden das Rollreibungsmoment M_{rr} und das Gleitreibungsmoment M_{sl} berücksichtigt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird ebenfalls ein Momentenbeiwert c_m aus dem Lagerreibungsmoment ermittelt und erst am Ende der Berechnung als Korrektur verwendet. Es gilt:

$$M_{rr} + M_{sl} = c_m \cdot \frac{\rho}{2} \cdot u_{in}^2 \cdot A_{Spant} \cdot L \quad (3.3)$$

Zusammenfassung: Folgende Annahmen und Inhalte sind für die vorliegende Arbeit von großer Bedeutung:

1. Annahme eines Zählers mit konstantem K -Faktor
2. Verluste bewirken Verringerung der Ausströmgeschwindigkeit aus dem Bilanzgebiet

3. der dimensionslose Momentenbeiwert c_m ist das Äquivalent zum Messfehler
4. Annahme der Überlagerung der Auftriebs - und Widerstandsmomente
5. Korrektur der Bewertungskurve durch die Lagermomente

3.1 Herleitung der c_m - Bewertungskurve

Die Bewertungskurve basiert auf den Drehmomentengleichungen aus dem Impuls - und Auftriebsansatz. Es gilt:

$$T_d = M_M = - \int_{r_{hub}}^{r_{tip}} \rho \cdot u_{out}^2 \cdot (\tan \beta) \cdot r \cdot dA_{out} + \int_{r_{hub}}^{r_{tip}} \rho \cdot u_{in,x} \cdot \omega \cdot r^2 dA_{in} \quad (3.4)$$

$$T_d = M_A = \int_{r_{hub}}^{r_{tip}} \frac{1}{2} \cdot n \cdot \rho \cdot u_{in,rel}^2 \cdot L_{Blade} (-c_L \cos \phi + c_D \sin \phi) r dr \quad (3.5)$$

Nach der Integration über die Schaufelhöhe und $A_{in} = A_{out} = A_{Bilanz}$ ergeben sich die Gleichungen zu:

$$M_M = -\rho \cdot u_{out}^2 \cdot \tan \beta \cdot r \cdot A_{Bilanz} + \rho \cdot u_{in} \cdot \omega \cdot r^2 \cdot A_{Bilanz} \quad (3.6)$$

und

$$M_A = \frac{1}{2} \cdot n \cdot \rho \cdot u_{in,rel}^2 \cdot L_{Blade} \cdot (-c_L \cos \phi + c_D \sin \phi) \cdot \left(\frac{r_{tip}^2}{2} - \frac{r_{hub}^2}{2} \right) \quad (3.7)$$

Entsprechend Gleichung 3.2 ergibt sich durch einsetzen der Gleichungen 3.6 und 3.7:

$$\begin{aligned} & -\rho \cdot u_{out}^2 \cdot \tan \beta \cdot r \cdot A_{Bilanz} + \rho \cdot u_{in} \cdot \omega \cdot r^2 \cdot A_{Bilanz} + \dots \\ & + \frac{1}{2} \cdot n \cdot \rho \cdot u_{in,rel}^2 \cdot L_{Blade} \cdot (-c_L \cos \phi + c_D \sin \phi) \cdot \left(\frac{r_{tip}^2}{2} - \frac{r_{hub}^2}{2} \right) \\ & = c_m \cdot \frac{\rho}{2} \cdot u_{in}^2 \cdot A_{Spant} \cdot L \end{aligned} \quad (3.8)$$

Umformen durch: Multiplikation von 2, Division von ρ , A_{Spant} , L und u_{in}^2

$$c_m = \left(-\frac{2r \tan \beta}{L} \frac{u_{out}^2}{u_{in}^2} \frac{A_{Bilanz}}{A_{Spant}} \right) + \left(\frac{2\omega r^2}{L u_{in}} \frac{A_{Bilanz}}{A_{Spant}} \right) + \dots$$

$$+ \left(\frac{n}{A_{Spant}} \frac{u_{in,rel}^2}{u_{in}^2} \right) (-c_L \cos \phi + c_D \sin \phi) \left(\frac{r_{tip}^2}{2} - \frac{r_{hub}^2}{2} \right) \quad (3.9)$$

Gleichung 3.9 ist die verwendete analytische Beschreibung der c_m - Bewertungskurve. Der Vorteil besteht darin, dass genau die Eintrittsgeschwindigkeit u_{in} und die Austrittsgeschwindigkeit u_{out} für die Bilanzierung aus der Strömungssimulation errechnet werden können. Mit diesem Zusammenhang ist es möglich, die Abweichung des Momentenbeiwertes vom idealen Zähler zu berechnen. Die Linearität wird durch die Drehzahlvorgaben in den Betriebspunkten erreicht, die Drehzahl wird also linear verringert!

Für ein besseres Gesamtverständnis, wie sich der Gesamtmomentenbeiwert aus den Einzelanteile C_D und C_L zusammensetzt, werden diese nach folgenden Gleichungen ausgewertet.

$$C_D = -\frac{2 u_{out}^2 \tan \beta r A_{Bilanz}}{u_{in}^2 A_{Spant} L} + \frac{2 \omega r^2 A_{Bilanz}}{u_{in} A_{Spant} L} \quad (3.10)$$

$$C_L = \frac{n u_{in,rel}^2 (-C_L \cos \phi + C_D \sin \phi) \left(\frac{r_{tip}^2}{2} - \frac{r_{hub}^2}{2} \right)}{u_{in}^2 A_{Spant}} \quad (3.11)$$

3.2 Kurvenkorrektur durch Reibmomente

Die Lagerreibung der Wälzlager im Messwerk (Lagerung der Rotorwelle) und den verschiedenen Lagern im Zählwerk verursachen bedeutende Verluste. Diese beeinflussen das Messverhalten des TRZ besonders bei geringen Volumenströmen bzw. niedrigen Rotordrehzahlen und bewirken ein Ansteigen der Fehlerkurven im unteren Messbereich. In einer CFD - Simulation können diese Reibungsverluste nicht simuliert werden. Daher werden in der vorliegenden Arbeit

überschlägliche Berechnungen der Verlustleistungen durch die Lager nach [83] durchgeführt. Das Berechnungsverfahren zur Berechnung des Reibmomentes soll nur kurz vorgestellt werden. Es berücksichtigt folgende Reibanteile:

1. M_{rr} - Rollreibmoment in Nmm
2. M_{sl} - Gleitreibmoment in Nmm
3. M_{seal} - Reibmoment durch schleifende Dichtungen in Nmm
4. M_{drag} - Reibmomente durch Strömungs-, Plansch- oder Spritzverluste in Nmm

Das Gesamtmoment M_{reib} ergibt sich aus:

$$M_{reib} = M_{rr} + M_{sl} + M_{seal} + M_{drag} \quad (3.12)$$

Es werden weiter nur die Rollreib - und Gleitreibmomente ($M_{reib} = M_{rr} + M_{sl}$) berücksichtigt und weitere Verluste als vernachlässigbar klein angenommen. Es gilt:

$$M_{rr} = G_{rr} (\nu n)^{0,6} \quad (3.13)$$

und

$$M_{sl} = G_{sl} \cdot \mu_{sl} \quad (3.14)$$

sowie

$$G_{rr} = R_1 d_m^{1,96} \left(F_r + \frac{R_2}{\sin \alpha} \cdot F_a \right)^{0,54} \quad (3.15)$$

und

$$G_{sl} = S_1 d_m^{-0,145} \left(F_r^5 + \frac{S_2 \cdot d_m^{1,5}}{\sin \alpha} \cdot F_a^4 \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.16)$$

$$\sin \alpha = 24,6 \left(\frac{F_a}{C_0} \right)^{0,24} \quad (3.17)$$

Hierin sind: G_{rr} der Rollreibungsgrundwert, n die Drehzahl in min^{-1} , ν die kinematische Viskosität des Lagerschmierstoffs in mm^2/s , G_{sl} der Gleitreibungsgrundwert, μ_{sl} die Gleitreibungszahl, R_1 und R_2 sind Designbeiwerte, F_r ist die Radialkraft und F_a die Axialkraft in N , C_0 die statische Tragzahl in kN , S_1 und S_2 sind lagerabhängige Designbeiwerte sowie der mittlere Lagerdurchmesser d_m in mm .

$$c_{m,reib} = \frac{M_{rr} + M_{sl}}{\frac{\rho}{2} \cdot u_{in}^2 \cdot A_{Spant} \cdot L}$$

Das Turbinenlaufrad wird durch die Reibungsmomente gebremst und wirkt entgegengesetzt dem resultierenden Antriebsmomenten. Es gilt:

$$c_{m,gesamt} = c_m - c_{m,reib} \quad (3.18)$$

Der "Numerische Prüfstand" benötigt entsprechend Gleichung 3.9 mehrere Eingangsparameter. Zusätzlich zu den Einström- und Ausströmgeschwindigkeiten werden weitere Parameter benötigt. Die in der Arbeit verwendeten Größen lauten:

- $L = 0,0269 \text{ m}$, die Schaufellänge L hier gleich die Sehnenlänge, [85]
- $r_{hub} = 0,026 \text{ m}$
- $r_{tip} = 0,038 \text{ m}$
- $\beta = 45^\circ$
- $n = 12$, mit zunehmender Baugröße steigt auch die Anzahl der Schaufeln
- $A_{Spant} = 0,000228 \text{ m}^2$, ist diejenige Fläche, welche ein Betrachter in axiale Blickrichtung auf eine Rotorschaukeln sieht.

- $A_{Bilanz} = 0,00254913 \text{ m}^2$, ist Fläche der Bilanzebenen (Einström- und Auströmebene, siehe
- $\nu = 29 \text{ mm}^2/\text{s}$, verwendetes Lageröl Shell Tellus Oil 32, [86], angenommene Lagertemperatur 20°C
- $\rho = 1,18 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, die Dichte wird für die Berechnung der Axiallagerkraft verwendet
- $\mu = 0,05$, für Wälzlager, [83]
- $S_1 = 2 \cdot 10^{-3}$, [83]
- $S_2 = 100$, [83]
- $R_1 = 4,4 \cdot 10^{-3}$, [83]
- $R_2 = 1,7$, [83]
- $F_r = 0,54 \text{ N}$, Gewichtskraft des Rotors, [85]
- $C_0 = 215 \text{ kN}$, [83]
- $C_L = 0,76$, [66]
- $C_D = 0$

3.3 Berechnungsprogramm

Die in diesem Kapitel vorgestellten Gleichungen und Zusammenhänge für den “Numerischen Prüfstand” wurden mit Hilfe der Programmiersprache C++ in ein Berechnungsprogramm implementiert. Dadurch ist eine einfache und schnelle Berechnung von Momentenbeiwertkurven möglich.

Die Abbildung 3.1 zeigt das Eingabefenster des “Numerischen Prüfstandes”. In die Eingabefelder können für den entsprechenden Volumenstrom die Einström-

und Austrittsgeschwindigkeit am Turbinenrad eingegeben werden. In der Zeile Force muss die Gesamtkraft eingegeben werden, welche in Strömungsrichtung auf die Rotorblätter und die Rotornabe wirken. Der Schalter Calculate startet die Berechnung und die Momentenbeiwertkurve wird in dem darunterliegenden Fenster dargestellt. Werden erneut Zahlenwerte eingegeben, kann eine zweite Kurve angezeigt werden. Es besteht die Möglichkeit, bis zu sechs Kurven darzustellen. Dieser Wert ist begrenzt, um eine Übersichtlichkeit zu gewährleisten. Die roten Linien bilden den sogenannte Eichhammer. Innerhalb diesem muss die Fehlerkurve eines eichpflichtigen Turbinenradgaszählers liegen. In der letzten Zeile unter dem Diagramm werden die Zahlenwerte der errechneten Momentenbeiwerte zu dem dazugehörigen Durchfluss dargestellt. Die Taste Clear bewirkt das Löschen der Grafik und der Eingabefelder. Eine weitere Möglichkeit Werte einzulesen besteht in dem Einlesen einer Datei in das Berechnungsprogramm. In dieser Datei finden sich ebenfalls die Werte der Parameter, wie z.B. die geometrischen oder strömungstechnischen Angaben. Zwischenschritte der Gesamtberechnung zur Fehlersuche lassen sich durch das Drücken des Schalters Info anzeigen. Diese sind für Parametervariationen aber nicht von Bedeutung. Die Taste Exit beendet das Programm und löscht sämtliche Ergebnisse der vorherigen Berechnung.



Abbildung 3.1: Grafische Oberfläche der Kurvenberechnung

4 CFD - Simulation

4.1 CFD

Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit wurden mit Hilfe der numerischen Strömungsmechanik (CFD - Computational Fluid Dynamics) erstellt. Diese basiert auf physikalischen und chemischen Modellen [54]. Die mathematische Formulierung dieser Modelle resultiert gewöhnlich in Differentialgleichungen, in denen der Transport einer Strömungsgröße beschrieben wird. Zahlreiche Veröffentlichungen existieren zu diesem Thema. Dieses Kapitel beschreibt die theoretischen Grundlagen des verwendeten Simulationsprogramms. Ausgehend von den elementaren Erhaltungsgleichungen im Kontinuum werden die Diskretisierungsansätze zur iterativen Lösung derselben angegeben. Die Diskretisierung erfolgt dabei, entsprechend den unabhängigen Variablen, in Raum und Zeit. Die Lösung erfolgt auf einem Rechennetz, welches die reale Geometrie so genau wie möglich abbilden soll. Mathematisch liegt ein Anfangs- und Randwertproblem vor, die Initialisierung des Rechengebiets und die Vorgabe der Randbedingungen prägen die Lösung [55], [56], [57], [59].

4.1.1 Grundlagen - Navier-Stokes-Gleichungen

Die Strömung eines Fluid kann durch Bilanzierung der Masse, des Impulses und der Energie über ein Volumenelement beschrieben werden. In solchen Bilanzen müssen die Flüsse einer interessierenden Strömungsgröße über die Berandung

gen des Kontrollvolumens sowie Quellen und Senken im und am Kontrollvolumen berücksichtigt werden. Stimmt die Summe aller zu- und abfließenden Flüsse mit zum Kontrollvolumen gehörenden Quelle oder Senke nicht überein, ändert sich der Wert der bilanzierten Größe im Kontrollvolumenelement mit der Zeit. Die Bilanzgleichungen, welche eine Strömung beschreiben, werden Navier-Stokes-Gleichungen genannt. Die Gleichungen gehen zurück auf Arbeiten des französischen Ingenieurs Claude Navier (1785-1836), der 1826 hierüber der französischen Akademie berichtete [61]. Zu gleichen Resultaten kamen Poisson 1831, De Saint Venant 1843 und der irische Mathematiker George Gabriel Stokes (1819-1903) 1847 [62]. Sie formulierten diese Grundgleichungen der Strömungsmechanik für instationäre, dreidimensionale, reibungsbehaftete, kompressible, newtonsche Fluide. Diese bilden ein System von partiellen Differentialgleichungen 2. Ordnung.

- Kontinuitätsgleichung

Die globale Kontinuitätsgleichung beschreibt die zeitliche Dichteänderung $\partial\rho/\partial t$ eines Kontrollvolumens als Summe der ein- und ausfließenden Massenströme. Diese Bilanz führt zu folgender Gleichung:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{U}) = 0 \quad (4.1)$$

Dabei steht ρ für die Fluidichte, t für die Zeit und \vec{U} ist der Geschwindigkeitsvektor.

- Impulserhaltungssatz

Jedes Fluidelement ist aufgrund seiner Masse und Geschwindigkeit mit einem Impuls behaftet. Dieser Impuls und seine Richtung kann nach dem Newton'schen Grundgesetz nur durch Einwirkung von Kräften geändert werden. Diese Kräfte können sowohl als Oberflächen- als auch Volumenkräfte auftreten. In der vorliegenden Arbeit werden die Oberflächenkräfte

durch Normal- und Tangentialspannungen repräsentiert. Als Volumenkraft wird ausschliesslich die Trägheitskraft berücksichtigt. Der Einfluss der Gravitation g wird vernachlässigt. Die Impulsgleichung resultiert demnach zu:

$$\frac{\partial (\rho \cdot \vec{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{U} \otimes \vec{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} \quad (4.2)$$

wobei p für den statischen Druck und $\bar{\bar{\tau}}$ für den sich aus den Reibungseffekten ergebenden Schubspannungstensor steht.

Unter der Voraussetzung eines Newton'schen Fluids lassen sich die Schubspannungen im Medium in Abhängigkeit von den Geschwindigkeiten formulieren:

$$\bar{\bar{\tau}} = \lambda \cdot \nabla \cdot \vec{U} \cdot \bar{\bar{I}} + \mu \cdot \left(\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T \right). \quad (4.3)$$

$\bar{\bar{I}}$ ist hier der Einheitstensor, λ die Querkontraktionszahl und μ die dynamische Viskosität.

- Energieerhaltungssatz

Die Energie eines Systems kann durch die Verrichtung von Arbeit oder durch Zu- oder Abfuhr von Wärme geändert werden. Die Bilanzierung über ein Kontrollvolumen ergibt:

$$\frac{\partial e_t}{\partial t} + \nabla \cdot (e_t \cdot \vec{U}) = -\nabla \cdot (p \cdot \vec{U}) + \nabla \cdot (\bar{\bar{\tau}} \cdot \vec{U}) + \nabla \cdot \vec{q} \quad (4.4)$$

mit der volumenspezifischen Energie e_t und dem Wärmestromvektor \vec{q} .

Zusammengefasst ergeben sich die Erhaltungssätze in integraler Form zu:

$$\int_V \frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} dV + \oint_A \mathbf{G} \cdot \vec{n} dA + \int_V \vec{S} dV = \vec{0} \quad (4.5)$$

wobei \vec{Q} der Vektor der konservativen Variablen ist. Er ergibt sich für einen dreidimensionalen Raum zu:

$$\vec{Q} = [\rho, \rho \cdot U_x, \rho \cdot U_y, \rho \cdot U_z, e_t]^T. \quad (4.6)$$

Hierin stehen $\rho, \rho \cdot U_x, \rho \cdot U_y$ und $\rho \cdot U_z$ für den spezifischen Impuls in den drei kartesischen Koordinatenrichtungen. Der Term $\partial \vec{Q} / \partial t$ beschreibt die zeitliche Änderung der abhängigen Variablen im Volumen V . Der Einfluss der Flüsse normal zur Oberfläche des Volumenelementes V mit der Fläche A wird durch die generalisierte Flussmatrix \mathbf{G} erfasst:

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_C - \mathbf{G}_D \quad (4.7)$$

Sie beinhaltet die Einflüsse der konvektiven (\mathbf{G}_C) und diffusen (\mathbf{G}_D) Terme. Der Vektor \vec{S} beschreibt zusätzliche Quellterme, die in dem betrachteten Volumenelement auftreten. Diese Quellen können durch das Vorhandensein einer Wärmequelle, dem Auftreten von chemischen Reaktionen oder durch eine rotatorische Bewegung bzw. rotatorische oder translatorische Beschleunigung des Volumens V verursacht werden. Der Vektor \vec{S} lässt sich ebenfalls in einen konvektiven und diffusen Teil aufspalten:

$$\vec{S} = \vec{S}_C - \vec{S}_D. \quad (4.8)$$

In dieser Arbeit stellt der Vektor die aufgrund der Rotation des Volumens um die x-Achse entstehenden Quellterme dar.

Durch die Anwendung des Gauß'schen Integralsatzes kann Gleichung 4.5 in die schwach konservative Form oder Divergenzform der Erhaltungsgleichungen überführt werden. Sie lautet dann:

$$\frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{G} + \vec{S} = \vec{0} \quad (4.9)$$

4.1.2 Koordinatentransformation

Die hergeleiteten Gleichungen sind im kartesischen Koordinatensystem formuliert worden. In der Numerischen Strömungssimulation bringt diese Art des

Koordinatensystems allerdings häufig Probleme mit sich, z.B. wenn die untersuchten Strömungsgebiete von komplizierter Geometrie sind. Deshalb wird die physikalische Rechendomäne mit kartesischen Koordinaten (x, y, z) in eine numerische Rechendomäne mit körperangepaßten, krummlinigen Koordinaten (ξ, η, ζ) transformiert. Die beschreibenden Gleichungen nehmen an Komplexität zu, was jedoch durch eine Steigerung der Genauigkeit und Effektivität des numerischen Verfahrens mehr als ausgeglichen wird. Ein wesentlicher Vorteil besteht darin, dass die Strömung selbst in komplexen Geometrien in einem orthogonalen Gittersystem gelöst werden kann.

$$\begin{aligned} x &= x & x &= x \\ \varphi &= \arctan(y/z) & y &= \varrho \cdot \sin \varphi \\ \varrho &= \sqrt{y^2 + z^2} & z &= \varrho \cdot \cos \varphi \end{aligned} \quad (4.10)$$

überführen. Der Winkelgeschwindigkeitsvektor zeigt in Richtung der x -Achse (Einheitsvektor \vec{I}_x) und hat in beiden Koordinatensystemen die Form:

$$\vec{\Omega} = -\Omega \cdot \vec{I}_x = \text{const.} \quad (4.11)$$

Bei Wechsel in das Relativsystem ist zu beachten, dass an Stelle der absoluten Totalzustände die relativen Größen zu verwenden sind. Die integralen Navier - Stokes Gleichungen können dann, wiederum in streng konservativer Formulierung und unter Voraussetzung von zeitunabhängigen Kontrollvolumina, wie folgt angegeben werden:

$$\begin{aligned} \int_V \frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} dV + \iint (\mathbf{G}_C - \mathbf{G}_D) \cdot \vec{I}_x \cdot \varrho d\varphi d\varrho + \iint (\mathbf{G}_C - \mathbf{G}_D) \cdot \vec{I}_\varphi \cdot \varrho dx d\varrho + \\ + \iint (\mathbf{G}_C - \mathbf{G}_D) \cdot \vec{I}_\varrho \cdot \varrho dx d\varphi + \int_V (\vec{S}_C - \vec{S}_D) dV = \vec{0} \end{aligned} \quad (4.12)$$

mit der Matrix der konvektiven Flüsse und dem Vektor der konvektiven Quellterme

$$\mathbf{G}_C = \begin{bmatrix} \rho \cdot U_x & \rho \cdot U_\varphi & \rho \cdot U_\varrho \\ \rho \cdot U_x^2 + p & \rho \cdot U_x \cdot U_\varphi & \rho \cdot U_x \cdot U_\varrho \\ \rho \cdot U_\varphi \cdot U_x & \rho \cdot U_\varphi^2 + p & \rho \cdot U_\varphi \cdot U_\varrho \\ \rho \cdot U_\varrho \cdot U_x & \rho \cdot U_\varrho \cdot U_\varphi & \rho \cdot U_\varrho^2 + p \\ \rho \cdot h_t \cdot U_x & \rho \cdot h_t \cdot U_\varphi & \rho \cdot h_t \cdot U_\varrho \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\vec{S}_C = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho \cdot U_\varrho \cdot (U_\varphi + 2 \cdot \Omega \cdot \varrho) \\ -\rho \cdot (U_\varphi + \Omega \cdot \varrho)^2 - p \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

sowie der Matrix der diffusen Flüsse und dem Vektor der diffusen Quellterme

$$\mathbf{G}_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \tau_{xx} & \tau_{x\varphi} & \tau_{x\varrho} \\ \tau_{\varphi x} & \tau_{\varphi\varphi} & \tau_{\varphi\varrho} \\ \tau_{\varrho x} & \tau_{\varrho\varphi} & \tau_{\varrho\varrho} \\ \theta_x - q_x & \theta_\varphi - q_\varphi & \theta_\varrho - q_\varrho \end{bmatrix} \quad \vec{S}_D = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_{\varrho\varphi} \\ -\tau_{\varphi\varphi} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Die Totlenthalpie h_t lautet im Absolutsystem:

$$h_t = e_t + \frac{p}{\rho} \quad \text{mit} \quad e_t = e + \frac{1}{2} \cdot \vec{U}^2 \quad (4.16)$$

und im Relativsystem - die sogenannte Rothalpie:

$$h_{tr} = e_{tr} + \frac{p}{\rho} \quad \text{mit} \quad e_{tr} = e + \frac{1}{2} \cdot (\vec{U}_r^2 - \Omega^2 \cdot \varrho^2) \quad (4.17)$$

Den inneren Energiezustand e beschreibt mit Hilfe der Temperatur T und der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Volumen c_v die kalorische Zustandgleichung:

$$e = c_v \cdot T \quad (4.18)$$

Der symmetrische Schubspannungstensor (Gleichung 4.3) hat in dem zylindrischen Koordinatensystem die Form:

$$\begin{aligned} \bar{\bar{\tau}} &= \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{x\varphi} & \tau_{x\varrho} \\ \tau_{\varphi x} & \tau_{\varphi\varphi} & \tau_{\varphi\varrho} \\ \tau_{\varrho x} & \tau_{\varrho\varphi} & \tau_{\varrho\varrho} \end{bmatrix} = \\ &= \mu \cdot \begin{bmatrix} 2 \cdot \frac{\partial U_x}{\partial x} + \Upsilon & \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial U_x}{\partial \varphi} + \frac{\partial U_\varphi}{\partial x} & \frac{\partial U_x}{\partial \varrho} + \frac{\partial U_\varrho}{\partial x} \\ \vdots & 2 \cdot \left(\frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial U_\varrho}{\partial \varrho} \right) + \Upsilon & \frac{\partial U_\varphi}{\partial \varrho} - \frac{U_\varphi}{\varrho} + \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial U_\varrho}{\partial \varphi} \\ sym. & \dots & 2 \cdot \frac{\partial U_\varrho}{\partial \varrho} + \Upsilon \end{bmatrix} \quad (4.19) \end{aligned}$$

wo:

$$\Upsilon = \frac{\lambda}{\mu} \cdot \left(\frac{\partial U_x}{x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial U_\varphi}{\varphi} + \frac{U_\varrho}{\varrho} + \frac{\partial U_\varrho}{\partial \varrho} \right). \quad (4.20)$$

Der Vektor der Schubspannungsleistung:

$$\vec{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_\varphi \\ \theta_\varrho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} \cdot U_x + \tau_{x\varphi} \cdot U_\varphi + \tau_{x\varrho} \cdot U_\varrho \\ \tau_{\varphi x} \cdot U_x + \tau_{\varphi\varphi} \cdot U_\varphi + \tau_{\varphi\varrho} \cdot U_\varrho \\ \tau_{\varrho x} \cdot U_x + \tau_{\varrho\varphi} \cdot U_\varphi + \tau_{\varrho\varrho} \cdot U_\varrho \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Nach dem Fourier'schen Gesetz ist der Wärmestrom proportional zum Temperaturgradienten. Der Wärmetransport im Fluid folgt daher der Transportgleichung:

$$\vec{q} = -K \cdot \nabla T \quad (4.22)$$

und somit der Vektor des Wärmestroms:

$$\vec{q} = \begin{bmatrix} q_x \\ q_\varphi \\ q_\varrho \end{bmatrix} = -K \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{\partial T}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial T}{\partial \varrho} \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

Dabei steht K für die Wärmeleitfähigkeit.

4.1.3 Schließung der Bestimmungsgleichungen

Gleichung 4.12 beschreibt formal fünf Beziehungen zur Bestimmung des Lösungsvektors \vec{Q} . In den Herleitungen treten allerdings die weiteren Unbekannten p , T , μ , und K auf. Zur Schließung des Gleichungssystems müssen deshalb weitere Annahmen über das strömende Medium gemacht werden.

Die Strömung wird als im lokalen thermischen Gleichgewicht befindlich angesehen und es wird von thermisch idealem Gas ausgegangen. Damit hat das untersuchte Medium eine konstante spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck:

$$c_p = \text{const.} \quad (4.24)$$

Die thermische Zustandgleichung lautet dann:

$$\frac{p}{\rho \cdot T} = R = \text{const.} \quad (4.25)$$

Werden zusätzlich die Beziehungen $R = c_p - c_v$, mit R als Gaskonstante, und für den Isentropenexponenten $\kappa = c_p/c_v$ verwendet, ergibt sich mit Hilfe von Gleichung 4.18 der zur Schließung des Gleichungssystems benötigte Zusammenhang zwischen dem statischen Druck p und der inneren Energie zu:

$$e = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot \frac{p}{\rho} \quad (4.26)$$

Die stoffspezifischen Transportkoeffizienten μ und K hängen sehr stark von dem Turbulenzgrad der Strömung ab. Eine direkte numerische Simulation aller in einer turbulenten Strömung vorhandenen Längen- und Zeitskalen ist jedoch für Turbomaschinenanwendungen bislang aufgrund des immensen Ressourcenbedarfs nicht praktikierbar. Aus diesem Grund wird häufig eine statistische Betrachtungsweise der Strömung mit Hilfe von Turbulenzmodellen verwendet. In diesem Fall wird die dynamische Viskosität als Summe des laminaren μ_L und des turbulenten μ_T Anteils berechnet:

$$\mu = \mu_L + \mu_T \quad (4.27)$$

Die Querkontraktionszahl (Viskositätszahl) λ (Gleichungen 4.3 und 4.20) wird nach der Stoke'schen Hypothese zu

$$\lambda = -\frac{2}{3}\dot{\mu}_L \quad (4.28)$$

angenommen.

Die Wärmeleitfähigkeit ($K = \frac{c_p \cdot \mu}{Pr}$) berechnet sich zu:

$$K = c_p \cdot \left(\frac{\mu_L}{Pr_L} + \frac{\mu_T}{Pr_T} \right) \quad (4.29)$$

Die laminare und turbulente Prandtl - Zahlen werden meist als Konstanten verwendet:

$$Pr_L = 0.72 \quad \text{bzw.} \quad Pr_T = 0.9 \quad (4.30)$$

Die laminare dynamische Zähigkeit μ_L ist nur schwach druckabhängig und kann mit Hilfe des empirischen Sutherland - Gesetzes als Funktion der Temperatur ermittelt werden:

$$\mu_L = \mu_{ref.} \left(\frac{T}{T_{ref.}} \right)^{1.5} \cdot \frac{T_{ref.} + T_{Sut.}}{T + T_{Sut.}}. \quad (4.31)$$

Die dazugehörigen Konstanten lauten:

- $\mu_{ref.} = 1.789 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ (Referenzviskosität)
- $T_{ref.} = 273.11 \text{ K}$ (Referenztemperatur)
- $T_{Sut.} = 110.56 \text{ K}$ (Sutherland - Temperatur)

4.2 Turbulenzmodellierung

Fluide strömen grundsätzlich laminar oder turbulent. Das charakteristische Merkmal einer turbulenten Strömung ist die Überlagerung der Hauptströmung mit einer Schwankungsbewegung in Längs- und Querrichtung zur Hauptströmungsrichtung [63]. Diese Schwankungsbewegung sorgt für einen erhöhten Impulsaustausch insbesondere quer zur Hauptströmungsrichtung und verursacht beispielsweise eine gleichmäßigere Verteilung der Axialgeschwindigkeit einer Rohrströmung [64]. An der Wand verschwinden diese Schwankungsbewegungen, so dass dort nur der Einfluß der Viskosität eine Rolle spielt. Daraus leitet sich auch der Name der viskosen Unterschicht in der Grenzschicht ab. Folgende Adjektive können turbulente Strömungen beschreiben:

- unregelmäßig
- dreidimensional
- instationär
- mischungsintensiv
- wirbelbehaftet

- dissipativ

Die turbulenten Schwankungen sind unregelmäßig, weil komplizierte Variationen der Zustandsgrößen in Raum und Zeit auftreten, deren Betrachtung auf statistischem Wege erfolgt [46]. Auch wenn die statistischen Mittelwerte ein- oder zweidimensional sind, so ist die turbulente Schwankungsbewegung immer dreidimensional und instationär. Die hohe Mischungsintensität begründet sich in dem hohen Impulsaustausch aufgrund der Schwankungsbewegungen. Die turbulenten Strömungen sind wirbelbehaftete Strömungen, in denen die Geschwindigkeitsschwankungen auf immer kleinere Strömungselemente übertragen werden. Findet aus der Hauptströmung keine Energiezufuhr in die Turbulenz statt, so wird die kinetische Energie der Turbulenzbewegung durch viskose Schubspannungen dissipiert. Weiterhin bewirkt turbulente Strömung eine Erhöhung der Verluste (z.B. Reib- und Druckverluste) und der Schallemissionen [58]. Die numerische Simulation technisch relevanter turbulenter Strömungen mit großer Reynolds-Zahl ist zur Zeit nur mit Hilfe sogenannter Turbulenzmodelle möglich, da die exakte Auflösung der turbulenten Schwankungsbewegungen mit den heutigen Rechnern noch nicht in angemessenen Zeiträumen durchgeführt werden kann. Ausgehend von der Annahme, dass die kleinsten aufzulösenden turbulenten Elemente etwa $1/1000$ der Größe des Strömungsgebietes betragen, ergibt sich dadurch, dass eine dreidimensionale Rechengitter aus mindestens 10^9 Gitterpunkten bestehen müsste. Die Simulation auf so großen Gittern ist derzeit noch nicht möglich. Heute werden Annäherungen an die sogenannte direkte numerische Simulation (DNS) auf Rechnernetzen mit mehreren Millionen Gitterpunkten für Reynolds - Zahlen kleiner 1000 durchgeführt. Die Ergebnisse dienen der Erforschung der turbulenten Strömung und werden zur Verbesserung der Turbulenzmodellierung eingesetzt.

Bei den in der Praxis eingesetzten Turbulenzmodellen werden zusätzlich zu den Navier - Stokes Gleichungen unter Zuhilfenahme von empirischen Korrelatio-

nen Gleichungen zur Bestimmung der turbulenten Schwankungsgrößen aufgestellt. Diese Gleichungen stellen das Turbulenzmodell dar. Sie approximieren das Verhalten der Turbulenz näherungsweise. Die Qualität des Turbulenzmodells hängt von der Genauigkeit der Näherung und der Breite der Anwendbarkeit der Gleichungen ab. Alle Turbulenzmodelle enthalten empirische Informationen. Die Standard - Turbulenzmodelle haben folgende Vorteile:

- sind Industriestandard
- viele Vergleichsrechnungen
- bekannte Schwächen in Strömungszuständen
- gute Resultate für viele Industrieanwendungen
- stabile Formulierung
- ermöglichen ausreichend schnelle, aber genaue Berechnungen

Andererseits haben Standard - Turbulenzmodelle auch Nachteile. Ein - und Zweigleichungsmodelle sind unempfindlich gegenüber Strömung bei Krümmungen und Rotation, sowie können sie Transporteffekte nicht gut abbilden (verringerte Entmischung). Ein weiterer Nachteil ist die meist zu groß berechnete Turbulenz in Staupunkten. Eingleichungsmodelle enthalten auch keine Dämpfung der isentropen Turbulenz.

4.2.1 Reynoldsgleichungen

Als Ausgangspunkt der Turbulenzmodellierung wird die erstmals im Jahr 1894 von Osborne Reynolds (1842 - 1912) formulierte Betrachtungsweise der turbulenten Strömung benutzt. Reynolds unterteilte die physikalischen Größen in einer turbulenten Strömung in eine geordnete Grundströmung und eine ungeordnete, stochastische Schwankungsbewegung. Eine physikalische Zustandsgröße E läßt sich folgendermaßen schreiben:

$$E(x, y, z, t) = \bar{E}(x, y, z, t) + E'(x, y, z, t), \quad (4.32)$$

wobei \bar{E} den Mittelwert und E' den Schwankungswert der Zustandsgröße bezeichnet. Im Fall einer statistischen stationären Strömung wird der Mittelwert \bar{E} nach

$$\bar{E}(x, y, z, t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_{t-T/2}^{t+T/2} E(x, y, z, t) dt \quad (4.33)$$

berechnet. Im Falle einer statistisch instationären Strömung ist die Mittelung nach Gleichung 4.33 nicht sinnvoll. Stattdessen wird der sogenannte Ensemble - Mittelwert

$$\bar{E}(x, y, z, t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n E_k(x, y, z, t) \quad (4.34)$$

eingeführt.

Bei der Berechnung von Strömungen kompressibler Fluide wird eine Dichte gewichtete Mittelung, die sogenannte Favre - Mittelung der Zustandsgrößen, verwendet. Dafür gilt:

$$\tilde{E} = \frac{\overline{\rho E}}{\bar{\rho}} \quad (4.35)$$

Damit ergibt sich als neue Definition für die turbulente Zustandsgröße in massengewichteter Form:

$$E = \tilde{E} + E''. \quad (4.36)$$

Es werden allerdings nur die Geschwindigkeitskomponenten u, v, w sowie die thermischen Variablen h, T, H , mit der Totalenthalpie $\left(H = h + \frac{1}{2}[u^2 + v^2 + w^2]\right)$ als massengemittelte Größen betrachtet. Dichte ρ und Druck p werden in der herkömmlichen Weise behandelt. Die formale Aufspaltung der Zustandsgrößen

und das Einsetzen in die Navier - Stokes Gleichungen ergeben die Reynolds Gleichungen als Erhaltung für die Masse:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (4.37)$$

Impuls:

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\tau}_{i,j} - \overline{\rho u_i'' u_j''} \right) \quad (4.38)$$

mit

$$\bar{\tau}_{ij} = \mu \left[\left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right] + \mu \left[\left(\frac{\partial \overline{u_i''}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j''}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \overline{u_k''}}{\partial x_k} \right] \quad (4.39)$$

und Energie:

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{H})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{H} + \overline{\rho u_j'' H''} - k \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tilde{u}_i \bar{\tau}_{ij} + \overline{u_j'' \tau_{ij}} \right). \quad (4.40)$$

Der Term $\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ stellt in laminaren Strömungen einen Impulstransport dar. Wie schon aus der rechten Seite von Gleichung 4.39 zu erkennen ist, wird dieser Impuls im Falle der turbulenten Strömung um den Betrag $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$ erhöht. Die Korrelationen $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$ stellen also einen Impulstransport durch turbulente Schwankungsbewegungen dar und rufen an der Fläche mit der Normalen in i - Richtung eine Kraft in j - Richtung hervor. Diese Korrelationen werden als turbulente Spannungen oder als Scheinspannungen bezeichnet. Da Reynolds diese Spannungen aus den Bewegungsgleichungen hergeleitet hat, sind sie auch als Reynolds - Spannungen bekannt.

Wegen des Auftretens der zusätzlichen Unbekannten $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$, den turbulenten Spannungen, ist das zeitlich gemittelte Gleichungssystem nicht mehr geschlossen. Um dieses sogenannte Schließungsproblem der turbulenten Strömung zu lösen, müssen mit Hilfe empirischer Informationen Zusammenhänge

zwischen den Reynolds Spannungen und den Größen der Grundströmung hergestellt werden. Dazu wurden in der Vergangenheit verschiedene Turbulenzmodelle entwickelt, die sich in folgende Klassen unterteilen lassen:

- Wirbelviskositätsmodelle
 - algebraische Modelle
 - Eingleichungsmodelle
 - Zweigleichungsmodelle
- Reynolds Spannungsmodelle
- Large Eddy Simulation (LES)

Die Ein - und Zweigleichungsmodelle sowie die Reynolds Spannungsmodelle können auch zu den Differentialgleichungsmodellen zusammengefaßt werden, weil hier mindestens eine Transportdifferentialgleichung zur Berechnung der turbulenten Schwankungsbewegungen gelöst wird.

4.2.2 Wirbelviskositätsmodelle

Bei den Wirbelviskositätsmodellen wird die Kopplung der turbulenten Schwankungsgrößen mit dem Zustand der Hauptströmung über die Boussinesqsche Formulierung der Reynolds Spannungen vollzogen. In Anlehnung an den Impulsaustausch in laminaren Strömungen werden die Reynolds Spannungen proportional zur Scherung der Hauptströmung gesetzt. Es gilt:

$$-\overline{\rho u_i'' u_j''} = \mu_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left(\mu_t \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} + \bar{\rho} k \right) \quad (4.41)$$

mit

$$k = \frac{1}{2} \left(\overline{u''^2} + \overline{v''^2} + \overline{w''^2} \right) \quad (4.42)$$

der turbulenten kinetischen Energie. Der Proportionalitätsfaktor μ_t wird als Wirbelviskosität bezeichnet und stellt, anders als die kinematische Viskosität eines Fluids, keine Stoffkonstante, sondern eine variable, zu berechnende Größe dar. Die Wirbelviskosität beschreibt den diffusen Impulstransport infolge der feinskaligen turbulenten Wirbelbewegungen und wird zur laminaren Viskosität hinzuaddiert. Die Vorgehensweise des Boussinesq - Ansatzes impliziert allerdings die Annahme isentroper Turbulenz, was in der Praxis höchstens näherungsweise erfüllt ist. Durch Gleichung 4.41 wird das Schließungsproblem zur Bestimmung der sechs unbekannten Reynolds-Spannungen auf die Bestimmung der Wirbelviskosität verlagert. Eine Dimensionsanalyse zeigt, dass die Wirbelviskosität μ_t dem Produkt aus einer Geschwindigkeit und einer Länge entspricht:

$$\mu_t \sim v_t l_t, \quad (4.43)$$

wobei v_t eine für die Turbulenz charakteristische Geschwindigkeit und l_t eine charakteristische Turbulenzlänge sind. Für die Berechnung der Wirbelviskosität ist also die Kenntnis einer charakteristischen Länge und einer charakteristischen Geschwindigkeit der Turbulenzbewegung notwendig. Diese beiden Turbulenzgrößen sind von stromaufliegenden Zuständen der Strömung abhängig und können demnach durch die Lösung zweier gekoppelter Transportgleichungen berechnet werden. Desweiteren kann μ_t auch allein aus algebraischen Beziehungen oder aber auch aus der Kombination einer Differentialgleichung für die eine turbulente Größe und algebraischer Beziehungen für die andere turbulente Größe berechnet werden.

In der vorliegenden Arbeit wurde das SST - Turbulenzmodell verwendet, welches ein Zweigleichungsmodell ist. Nachfolgend werden Anmerkungen zu diesem Turbulenzmodell gegeben.

4.2.3 Zweigleichungsmodelle

Für die Berechnung der Wirbelviskosität ist die Kenntnis einer charakteristischen Länge und einer charakteristischen Geschwindigkeit der Turbulenzbewegung notwendig. Da beide Turbulenzgrößen von stromaufliegenden Vorgängen bestimmt werden, ist die Verwendung von zwei Transportgleichungen der allgemeinste Ansatz in einem Wirbelviskositätsmodell. Mit der Verwendung eines Zweigleichungsmodells wird eine empirische Vorgabe von Geschwindigkeits- und Längenmaß vermieden; die notwendige empirische Information muss hier allerdings in die Terme der verwendeten Transportgleichungen einfließen.

Das Ziel aller Zweigleichungsmodelle ist, die Allgemeingültigkeit gegenüber den algebraischen und Nullgleichungsmodellen zu erhöhen und somit die Berechnung verschiedenartiger und komplexerer Strömung ohne wesentliche Variationen des Modells und seiner Konstanten zu erfassen. In der Praxis kann dieses Ziel allerdings nur zum Teil erreicht werden. Die grundlegende Annahme der Wirbelviskosität bei Zweigleichungsmodellen setzt dem Ziel der Allgemeingültigkeit Grenzen. Alle physikalischen Effekte, die zum Beispiel durch eine Anisotropie der turbulenten Spannung verursacht werden, können aufgrund der Boussinesq'schen Annahme nicht von einem Wirbelviskositätsmodell erfasst werden.

Für die Bestimmung des Längen- und Geschwindigkeitsmaßes müssen nicht notwendigerweise Transportgleichungen für genau diese Größen gelöst werden. Die Variablen der beiden Transportgleichungen können prinzipiell aus dem Produkt beliebiger Potenzen des Geschwindigkeits- und Längenmaßes gebildet werden. Bei fast allen Zweigleichungsmodellenn wird jedoch die turbulente kinetische Energie k als Variable einer Transportdifferentialgleichung gewählt. Die exakte Transportgleichung für die Größe stellt einen geeigneten Ausgangspunkt bei der Erstellung einer Modellgleichung für k dar. Unter Berücksichtigung einer Wirbelviskositätsannahme müssen nur für den Diffusions- und Dissipati-

onstern geeignete Modellansätze gefunden werden.

Wirbelviskositätsmodelle ($k - \omega$, $k - \epsilon$) mit zwei Transportgleichungen, die neben einer Gleichung für die turbulente kinetische Energie k eine weitere für die Dissipation ϵ oder Frequenz ω lösen werden nachfolgend kurz beschrieben. Die Kombination beider Modelle durch das Shear - Stress - Transport Modell (SST) verbindet die Vorteile des $k - \epsilon$ und des $k - \omega$ - Modells.

4.2.4 Das $k - \epsilon$ - Modell

Das $k - \epsilon$ - Modell verwendet zwei Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie k , der turbulenten Bewegung und deren Dissipation ϵ , die der in den kleinsten Wirbeln dissipierten Energie entspricht. Die Herleitung der k - und ϵ - Gleichung mit den zugrunde liegenden Modellannahmen sind u.a. in [74] und [75] angegeben. Die k - Gleichung lautet:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho k + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \epsilon \quad (4.44)$$

wobei eine neue empirische Konstante σ_k notwendig wird. Die ϵ - Gleichung erfordert drei weitere empirische Konstanten $c_{\epsilon 1}$, $c_{\epsilon 2}$, σ_ϵ und ergibt sich zu:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\epsilon}{k} (c_{\epsilon 1} P_k - c_{\epsilon 2} \rho \epsilon) \quad (4.45)$$

mit einem Term P_k , der die Turbulenzproduktion beschreibt.

Durch die Lösung der beiden Transportgleichungen kann die Wirbelviskosität im Lösungsraum zusammen mit einer weiteren empirischen Konstante c_μ durch folgenden Ausdruck berechnet werden:

$$\mu_t = \rho c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.46)$$

Die fünf empirischen Konstanten sind in Tabelle 4.1 angegeben und stammen aus umfangreichen Studien turbulenter Strömungen [76].

$c_{\epsilon 1}$	$c_{\epsilon 2}$	c_{μ}	c_{σ_k}	c_{ϵ}
1,44	1,92	0,09	1,0	1,3

Tabelle 4.1: Konstanten des $k - \epsilon$ - Modells

β^*	α	β	σ_k	σ_{ω}
0,09	5/9	0,075	2,0	2,0

Tabelle 4.2: Konstanten des $k - \omega$ - Modells

4.2.5 Das $k - \omega$ - Modell

Das $k - \omega$ - Modell löst neben der k - Gleichung eine Transportgleichung für die Frequenz ω , die der charakteristischen Frequenz der energietragenden Wirbel entspricht. Die Herleitung der Gleichungen sind in [77] angegeben und lauten wie folgt:

k - Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho k + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta^* \rho k \omega \quad (4.47)$$

ω - Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho k \omega^2 \quad (4.48)$$

mit einem Term P_k , der die Turbulenzproduktion beschreibt.

Die Wirbelviskosität lässt sich aus der Lösung der beiden Transportgleichungen berechnen und ist im Lösungsraum wie folgt definiert:

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad (4.49)$$

Die empirischen Konstanten sind in Tabelle 4.2 angegeben:

4.2.6 Das SST - Modell

In dieser Arbeit wurde das Shear - Stress - Transport Turbulenz Modell (SST) verwendet. Das SST - Modell löst das Turbulenz/ Frequenz - basierte $k - \omega$ - Modell in Wandnähe und das $k - \epsilon$ - Modell in der Hauptströmung. Durch sogenannte Blending - Funktionen, werden die Anteile der jeweiligen Modelle im Übergangsgebiet gesteuert. Das SST - Modell wurde durch viele Rechnungen getestet und besonders für gasdynamische Simulationen als das beste Modell bewertet [80]. Das SST - Modell ermöglicht die Kombination $k - \omega$ mit dem $k - \epsilon$ - Modell durch eine Funktion F_1 , die im Bereich zwischen Null und Eins liegt und im gesamten Lösungsbereich definiert ist [73]. Betrachtet man den Randbereich des Lösungsraum, so können vier Bereiche von der viskosen Unterschicht bis zum Grenzschichtrand definiert werden. Bei jeder Strömung wird durch die sogenannte Haftbedingung eines Fluids die Geschwindigkeit mit Annäherung an die feste Wand den Wert Null annehmen, wenn die Wand selbst in Ruhe ist. Dieser, durch die Reibung beeinflusste Bereich wird als Grenzschicht bezeichnet. An der Basis der Grenzschicht befindet sich die viskose Unterschicht, die extrem dünn ist und in der bei niedrigen Geschwindigkeiten die Trägheitskräfte (viskose Schubspannung) dominieren. Die Geschwindigkeit variiert in dieser Schicht linear mit dem Wandabstand. Bei Erreichen größerer Wandabstände klingt die viskose Schubspannung stark ab und der Impulstransport wird zunehmend der Reynoldsspannung übernommen. Für diese Zone kann mittels Dimensionsanalyse das logarithmische Geschwindigkeitsgesetz abgeleitet werden (log. Bereich). Hieran schließt sich ein weiterer Bereich höherer Reynoldszahlen an (wake Bereich), der den Übergang zum Grenzschichtrand bildet. Die Tabelle 4.3 zeigt die Vor - und Nachteile des jeweiligen Modells in den einzelnen Zonen. Man kann erkennen, dass in Wandnähe die Turbulenz durch das $k - \omega$ - Modell gut beschrieben wird und im Außenbereich zeigt das $k - \epsilon$ ein besseres Verhalten.

Modell	$k - \omega$	$k - \epsilon$
viskose Unterschicht	robust, einfach, genau	steif, weniger genau, komplex
log. Bereich	genau	hohe Turb. bei pos. Druckgrad.
Wake Bereich	keine Transporteffekte	keine Transporteffekte
Grenzschichtrand	“Free - Stream“ Sensitivität	k. Abhängigkeit, gut definiert

Tabelle 4.3: Vergleich des $k - \omega$ - mit dem $k - \epsilon$ Modells

In [58] ist eine Kombination dieser beiden Modelle angegeben, in der das $k - \omega$ - Modell mit einer Funktion F_1 und das transformierte $k - \epsilon$ - Modell mit $(1 - F_1)$ multipliziert wird. Die Modelle werden in der $k - \omega$ - Formulierung (transformiertes $k - \epsilon$ - Modell) addiert und man erhält das SST - Turbulenzmodell in allgemeiner Form:

k - Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho k + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta^* \rho k \omega \quad (4.50)$$

ω - Gleichung

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \omega) = \\ \alpha_3 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_3 \rho \omega^2 + (1 - F_1) \frac{2\rho}{\sigma_{\omega 2}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (4.51)$$

Die Koeffizienten $\alpha_3, \beta_3, \sigma_{k3}, \sigma_{\omega 3}$ ergeben sich als Linearkombination der beiden Modelle gemäß:

$$\phi_3 = \phi_1 \cdot F_1 + \phi_2 \cdot (1 - F_1) \quad (4.52)$$

wobei die Parameter gemäß Tabelle 4.4 verwendet werden.

und es gilt $\phi_1 = \alpha_1, \beta_1, \sigma_{k1}, \sigma_{\omega 1}$ und $\phi_2 = \alpha_2, \beta_2, \sigma_{k2}, \sigma_{\omega 2}$.

Die Funktion F_1 erhält vor der Wand den Wert Eins, sodass nur die Werte des zugrunde liegenden $k - \omega$ - Modells verwendet werden, während im Au-

β^*	α_1	β_1	σ_{k1}	$\sigma_{\omega 1}$	α_2	β_2	β_{k2}	$\sigma_{\omega 2}$
0,09	5/9	0,075	2	2	0,44	0,0828	1	1/0,0856

Tabelle 4.4: Konstanten des SST - Modells

Benbereich diese Funktion den Wert Null annimmt und die Parameter des $k - \epsilon$ - Modells verwendet werden. Dazwischen wird eine Kombination aus beiden Parametersätzen verwendet. Die Definition der Funktionen F_1 lautet wie folgt:

$$F_1 = \tanh \left(\arg_1^4 \right) \quad (4.53)$$

$$\arg_1 = \min \left(\max \left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2} \right) \quad (4.54)$$

Der Term $CD_{k\omega}$ beschreibt den Kreuz - Diffusionsterm aus Gleichung 4.51 und y den Abstand zur nächst gelegenen Wand.

$$CD_{k\omega} = \max \left(\frac{2\rho}{\sigma_{\omega 2}\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) \quad (4.55)$$

Eine weitere Funktion F_2 dient zur Limitierung der Wirbelviskosität und liegt ebenfalls im Bereich zwischen Null und Eins:

$$F_2 = \tanh \left(\arg_2^2 \right) \quad (4.56)$$

$$\arg_2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega} \right) \quad (4.57)$$

Zusammen mit der turbulenten kinetischen Energie k aus Gleichung 4.50, der turbulenten Frequenz ω aus Gleichung 4.51, die jeweils von der Funktion F_1 abhängen, ergibt sich die Wirbelviskosität μ_t mit der Funktion F_2 aus der Gleichung 4.56 nach [78] zu:

$$\mu_t = \rho \frac{a_1 k}{\max \left(a_1 \omega_1; \frac{\partial u}{\partial y} F_2 \right)} \quad (4.58)$$

wobei der Faktor a_1 die Proportionalität der Schubspannung $u_i u_j$ mit der turbulenten kinetischen Energie k nach [79] beschreibt. Durch diesen Ansatz kann der wesentliche Anteil der Schubspannung, ähnlich wie in einem Reynoldsspannungsmodell berücksichtigt werden.

[81] beschreibt neben dem "Standard" Menter SST Two-Equation Model (SST) noch weitere Spezial - SST - Modelle:

- Menter SST Two - Equation Model with Vorticity Source Term (SST - V)
- Menter SST Two - Equation Model from 2003 (SST - 2003)
- Menter SST Two - Equation Model with Controlled Decay (SST - sust)
- Menter SST Two - Equation Model with Controlled Decay and Vorticity Source Term (SST - Vsust)

Die beiden üblichen Modelle ($k - \omega$, $k - \epsilon$) berücksichtigen nicht die turbulenten Schubspannungen, sodass die turbulente Energie P_k als zu groß berechnet wird, besonders in Staupunkten. Um dem entgegenzuwirken wird die Produktion von turbulenter Energie im SST - Modell begrenzt (production limiter) [60]. Die Vorteile des SST - Modells liegen neben einer genaueren Beschreibung der Grenzschicht, bei einer realistischeren Modellierung von Staupunkten, Strömungen mit Druckgradienten und starker Stromlinienkrümmung. Weiterhin ist das SST - Modell besonders für die Simulation der Strömungsgrenzschicht geeignet. Es wird empfohlen, die Grenzschicht mit mindestens 10 Zellen abzubilden. Bei Strömungsfeldern weit entfernt von Wänden, entspricht das SST - Modell dem $k - \epsilon$ - Modell.

4.3 Diskretisierung

Damit die Navier - Stokes Gleichungen bzw. die Differentialgleichungen für die Turbulenzmodellierung numerisch gelöst werden können, müssen sie diskretisiert werden. Dabei werden die partiellen Differentialgleichungen in ein System von algebraischen nichtlinearen Gleichungen für diskrete Punkte in Raum und Zeit überführt. Die Art der Diskretisierung ist neben der Turbulenzmodellierung ein wesentlicher Einflussfaktor bezüglich der Qualität der Simulationsergebnisse. Es gibt verschiedene mathematische Formulierungen der Diskretisierung. Neben z. B. Spektral- oder Randelement-Methoden folgende Ansätze zählen zu den am bedeutendsten:

- **Finite - Differenzen Methode (FDM)**

Es ist ein seit langem bekanntes Verfahren, partielle Differentialgleichungen numerisch zu lösen. Die Methode wurde bereits im 18. Jahrhundert von dem Mathematiker Euler eingeführt. Dieser Ansatz drückt die zeitliche bzw. räumliche Differentiation der Veränderlichen mit Hilfe der Taylor'schen Reihenentwicklung oder Polynomansätze aus. Dabei werden die Differentialquotienten durch Differenzenquotienten ersetzt. Wegen ihrer Einfachheit gilt diese Methode eigentlich nur für die so genannten strukturierten Rechnernetze, wo die physikalische Domäne durch eine finite Anzahl von regulär angeordneten Punkten ersetzt wird.

- **Finite-Elemente Methode - FEM**

Der Verlauf der Zustandsgrößen in den Zellelementen zwischen den Netzknoten wird mittels Gewichtungsfunktionen approximiert. Eine beliebige Zustandsgröße X kann mit dem Ansatz

$$X = \sum_{i=1}^m X_i \cdot \phi_i \quad (4.59)$$

im Strömungsgebiet approximiert werden. Hierbei ist m die Anzahl der

Knotenpunkte des Rechnernetzes und ϕ_i sind die Gewichtungsfunktionen - auch "Formfunktionen" genannt. Die Funktionen werden nun so bestimmt, dass der Fehler beim Einsetzen der approximierten Verteilung in die exakte Bestimmungsgleichung minimal wird. Die betrachteten Abweichungen werden als Residuen bezeichnet. Die Berechnung der diskreten Werte der Größe selbst wird also auf die Bestimmung der Koeffizienten in Folge einer Minimumsuche reduziert. Für eine besondere Gewichtungsfunktion geht das Finite - Elemente Verfahren in das Finite-Volumen Verfahren über.

- **Finite - Volumen Methode - FVM**

Bei diesem Verfahren werden die Erhaltungsgleichungen über das gesamte Strömungsgebiet integriert. Die physikalische Domäne wird in eine finite Anzahl von Zellenvolumina unterteilt. Nach dem Satz von Gauß wird für jedes Zellenvolumen das Oberflächenintegral in der integralen Form der Erhaltungsgleichungen durch eine Summierung über die einzelnen Volumenoberflächen A_i ersetzt:

$$\int_V \frac{\partial \vec{Q}}{\partial t} dV + \sum_{i=1}^m \oint (G \cdot n_i) dA_i + \int_V \vec{S} dV = \vec{0} \quad (4.60)$$

Dabei ist m die Anzahl der Volumenoberflächen. Die numerische Annäherung entsteht bei der stückweise konstanten Verteilung des Strömungsfeldes. Die Strömungsgrößen werden durch die in den Zellenmittelpunkten definierten Zustände ausgedrückt. Die Verfahrensgenauigkeit wird von der Extrapolation der Variablen aus den Zellenmittelpunkten auf die Zellenränder bestimmt. Der Vorteil der Methode besteht darin, dass die auf dem Recheng Gebiet auftretenden Diskontinuitäten in der Lösung des Strömungsfeldes eingeschlossen sind. Wegen der lokalen und globalen konservativen Eigenschaft hat dieses Verfahren eine sehr breite Anwendung in der numerischen Strömungssimulation. Ein konservatives Verfahren gewährleistet die Erfüllung von Bilanzen der berechneten Transportgrößen.

Im Vergleich zu den anderen Verfahren besitzt FVM starke mathematische und physikalische Hintergründe und unter Verwendung von unstrukturierten Rechnernetzen eine sehr große räumliche Flexibilität.

4.3.1 Diskretisierung in Raum

Wie aus Gleichung 4.60 ersichtlich ist, müssen sowohl die Oberflächenintegrale als auch die Volumenintegrale approximiert werden. Zu diesem Zweck wird die gesamte Oberfläche einer Zelle in Seitenflächen unterteilt. In einem zweidimensionalen Fall werden die Volumina zu Flächen und Flächen zu Kanten. Das gesuchte Integral setzt sich aus der Summe der Teilflüsse über die Seitenflächen (Kantenlängen) der Zelle. Die Teilflüsse werden mit den Werten der Strömungsvariablen an den Seiten der Zelle berechnet. Die letzten werden wiederum aus der Zellenmitte durch entsprechende Extrapolation bestimmt. Bei der Extrapolation handelt es sich um die Lösung des so genannten Riemann'schen Problems. Dabei werden unterschiedliche Verfahren für die konvektiven und für die diffusiven Flüsse verwendet.

4.3.2 Diskretisierung in Zeit

Die Zeit kann als zusätzliche Dimension bei der Berechnung von instationären Strömungsproblemen angesehen werden. Sie muss ebenso wie die Raumdomäne diskretisiert werden. Der entscheidende Unterschied zwischen räumlichen und zeitlichen Koordinaten ist die Wirkungsweise. Bei elliptischen Problemen können die Raumkoordinaten in allen Richtungen Auswirkungen haben. Eine zeitliche Änderung wirkt sich dagegen in der Zukunft aus. Bei der Zeitdiskretisierung handelt es sich deshalb immer um eine Extrapolation. Zu diskretisieren ist der Term $\partial \vec{Q} / \partial t$ aus Gleichung 4.60. Es ist lediglich die erste Ableitung und somit ein parabolisches Problem. Den Abmessungen einer Zelle bei räum-

licher Diskretisierung entspricht eine Zeitschrittdauer δt bei der Diskretisierung in Zeit. Die physikalische Zeit zu einem Zeitschritt $n + 1$ ist dann:

$$t_{n+1} = t_n + \delta t_n \quad (4.61)$$

Die zeitliche Ableitung wird unter Anwendung der Rückwärtsdifferenzen diskretisiert und der erste Ordnung genauer Differenzenquotient lautet:

$$\frac{\vec{Q}^{n+1} - \vec{Q}^n}{\Delta t_n} = RHS \quad (4.62)$$

Der zweite Ordnung genauer Quotient ist:

$$\frac{3 \cdot \vec{Q}^{n+1} - 4 \cdot \vec{Q}^n + \vec{Q}^{n-1}}{2 \cdot \Delta t_n} = RHS \quad (4.63)$$

Dabei steht RHS für die rechte Seite des entsprechenden Ausdruckes, den man nach einer Diskretisierung von Gleichung 4.60 erhält. Die Verfahren zur Bestimmung des Zustandsvektors $\vec{Q}(t_{n+1})$ unterscheiden sich durch zwei wesentliche Merkmale:

- **Ein- oder Zweischrittverfahren**

Bei dem Einschrittverfahren wird der Zustandsvektor zu einem gegebenen Zeitschritt anhand seines Wertes aus dem vorangegangenen Schritt errechnet. Bei dem Zweischrittverfahren (engl. Dual Time Stepping) wird neben der physikalischen Zeit eine preconditionierte pseudo - Zeit eingeführt. Benutzung von pseudo Zeitschritten zwischen den physikalischen führt zur Erhöhung der Stabilität und Genauigkeit des Verfahrens.

- **Explizites oder implizites Verfahren**

Das explizite Verfahren ist das einfachste Zeitdiskretisierungsverfahren. Die Informationen zum aktuellen Zeitpunkt t_{n+1} werden ausschliesslich aus den vorangegangenen Zeitpunkten t_n explizit berechnet. Die expliziten Methoden erfahren durch die so genannte CFL - Bedingung eine

Einschränkung bezüglich der Größe der verwendeten Zeitschritte Δt . Aus Stabilitätsgründen muss die so genannte Courant - Friedrichs - Lewy-Zahl (CFL) kleiner 1 gewählt werden ($CFL < 1$):

$$CFL = U_{\lambda} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x}. \quad (4.64)$$

Mit der charakteristischen Geschwindigkeit U_{λ} werden die Zustandsgrößen verteilt. Bei dem expliziten Verfahren darf pro Zeitschritt die Verteilung des Zustandvektors maximal eine Gitterzelle (Δx) weitertransportiert werden. Für die numerische Simulation einer stationären Strömung benötigt man somit sehr viele, relativ kleine Zeitschritte bis zum Erreichen einer konvergierten Lösung, was eine sehr lange Rechenzeit zur Folge hat. Ähnlich ist es im Falle von instationären Rechnungen. Implizite Verfahren besitzen diese Zeitschritteinschränkung nicht. Hier wird, um den Zustandsvektor zu einem Zeitpunkt $n + 1$ zu berechnen, allerdings zu den Informationen aus t_n diejenigen zum Zeitpunkt t_{n+1} miteinbezogen. Es kann eine CFL - Zahl benutzt werden, die größer als 1 ist, in der Regel $1 < CFL < 70$, was im Prinzip wesentlich schneller zu einer konvergierten Lösung führt. Bei instationären Problemstellungen hat die Zeitschrittweite Δt lediglich einen Einfluss auf die Genauigkeit der Simulation. Um sie zu erhöhen, wird grundsätzlich das implizite Verfahren mit dem Zweischrittverfahren kombiniert. In der Regel sind die impliziten Verfahren im Gegensatz zu den expliziten wesentlich stabiler. Sie sind jedoch mit der Aufgabe verbunden, sehr große algebraische Gleichungssysteme zu lösen, was auch große Rechen- sowie Speicherkapazitäten erfordert.

4.4 Netzgenerierung

Das zu untersuchende Strömungsgebiet muss für die Berechnung vorher in einzelne Kontrollvolumina (Netzzellen) unterteilt (diskretisiert) werden. Die Qualität des Netzes hat neben den verwendeten Lösungsverfahren und vor allem dem Turbulenzmodell einen wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit der späteren Strömungssimulation. Bei der Netzgenerierung muss bereits auf das zu erwartende Strömungsfeld und auf die verwendeten numerischen Ansätze eingegangen werden. Das Netz sollte so generiert werden, dass die Verteilung der Knotenpunkte sich an die in der Strömung vorkommenden Gradienten anlehnt. Ebenso wird z. B. die eventuelle Verwendung von Wandfunktionen die Verteilung der Zellen in den wandnahen Gebieten beeinflussen.

Es werden grundsätzlich drei verschiedene Arten von Gittern unterschieden, welche nachfolgend kurz beschrieben werden:

- **Strukturierte Netze**

Jeder Knotenpunkt wird hier mittels fortlaufender Nummerierung in einer zwei- bzw. dreidimensionalen Matrix abgelegt. Durch die Verbindung der einzelnen Punkte in jeweils eine Richtung der diskreten Koordinate ergibt sich ein strukturierter Datensatz, der in numerischen Algorithmen sehr effizient abgearbeitet werden kann. Im zweidimensionalen Fall besteht das aufgebaute Netz aus Rechtecken und im dreidimensionalen Fall aus Hexaedern. Der Nachteil solcher Netze ist ihre Unflexibilität, falls die zu diskretisierende Domäne unregelmäßig ist. Abhilfe schaffen hier blockstrukturierte Netze, wo gezielte Aufteilung der Berechnungsdomäne in einzelne Blöcke gewisse Anpassung der Strukturierten Teile erlaubt. Bei sehr komplexen Geometrien kann aber unter Umständen die Verwendung von strukturierten Netzen nicht möglich sein. Allerdings gibt es immer noch viele Strömungslöser, die nur diese Art von Datenstrukturen verarbeiten

können.

- **Unstrukturierte Netze**

Die Knotenpunkte eines unstrukturierten Netzes sind ungeordnet im Raum und auf diese Art miteinander verbunden, dass im zweidimensionalen Fall Drei- und Vierecke oder aber auch beide Formen gemischt auftreten. Im dreidimensionalen Raum sind die Zellen Tetraeder, Hexaeder, Pyramiden oder Prismen. Somit gibt es keine Beschränkung der Netzstruktur und die Netzknotenpunkte müssen keiner Ordnung folgen. Die Vorteile der unstrukturierten Netze sind ihre große Anpassungsfähigkeit an komplexe Geometrien sowie in der Regel ein geringerer Arbeitsaufwand bei der Vernetzung. Der letzte Punkt bringt insbesondere einen erheblichen Vorteil bei der automatisierten Vernetzung. Da die Zuordnungsbeziehungen zwischen den Zellen aufwendig sind, ist der Speicherbedarf gegenüber strukturierten Daten höher.

- **Hybride Gitter**

Die hybriden Gitter bestehen aus einer Kombination strukturierter und unstrukturierter Gitter und versuchen deren Vorteile zu vereinen. Grenzschichten werden deshalb häufig mit einem strukturierten Gitter aufgelöst, während wandferne Bereiche um einen umströmten Körper oder geometrisch komplizierte Teile der Geometrie durch ein unstrukturiertes Gitter vernetzt werden.

In der vorliegenden Arbeit wurde das Vernetzungsprogramm ANSYS ICEM CFD 11.0 verwendet.

- **Scherung**

Sie ist ein Maß für die Verzerrung der einzelnen Zellen und wird üblicher-

weise folgendermaßen definiert:

$$Scherung = \max \left[\frac{\gamma_{max} - \gamma_e}{180^\circ - \gamma_e}, \frac{\gamma_e - \gamma_{min}}{\gamma_e} \right] \quad (4.65)$$

wo:

γ_{max} größter Winkel in der Zelle

γ_{min} kleinster Winkel in der Zelle

$\gamma_e = 60^\circ$ für dreieckige Zellen bzw. Zellenseiten, $= 90^\circ$ für viereckige Zellen bzw. Zellenseiten

Die Scherung soll den Wert von 0.75 nicht überschreiten.

- **Seitenverhältnis**

Das Verhältnis der längsten und der kürzesten Seite einer Zelle sollte den Wert 5 nicht überschreiten. Ausnahme sind hier Grenzschnittzellen in unmittelbarer Wandnähe, wo die Gradienten der Strömungsvariablen entlang der Wand vernachlässigbar klein im Vergleich zu den Änderungen normal zur Wand sind.

- **Expansionsrate**

Die Expansionsrate kennzeichnet die Flächenverhältnisse bzw. Volumenverhältnisse benachbarter Zellen. Die Expansionsrate beeinflusst den Abbruchfehler des Diskretisierungsverfahrens und wirkt sich somit unmittelbar auf die Qualität der Rechenergebnisse aus. Es ist darauf zu achten, dass die lokale Variation in der Zellengröße nicht über 20% liegt.

- **Verteilung der Knotenpunkte in Grenzsichten**

Es sollte in Abhängigkeit von der verwendeten Wandbehandlung der dimensionsloser Wandabstand y^+ in der ersten Wandzelle folgende Werte einhalten:

$y^+ \approx 1$ bei der Verwendung von 2-Schichten Modell,

$y^+ \geq 11, 225$ bei der Verwendung von Wandfunktionen.

- **Lage der Netzbegrenzungen**

Da die Ein- bzw. Ausströmrandbedingungen durch physikalische Phänomene wie z. B. Stöße, Nachlauf- oder Potenzialeffekte beeinflusst werden können, ist es wichtig, die Netzbegrenzungen in ausreichender Entfernung von eventuellen Störquellen zu platzieren.

5 Der Hochdruckprüfstand

Der in der vorliegenden Arbeit entwickelte "Numerische Prüfstand" dient zur Erstellung von Momentenbeiwertkurven, welche an die Fehlerkurven eines realen Prüfstands angelehnt sind und einen vergleichbaren Verlauf zeigen. Um gemessene Fehlerkurven zu ermitteln, wurde der neue firmeneigene Hochdruckprüfstand der RMG Messtechnik GmbH verwendet. Nachdem die Vorschrift in Kraft getreten ist, die eine Hochdruckprüfung für alle Turbinenradgaszähler fordert, die bei einem Betriebsdruck über 4 bar(ü) eingesetzt werden, ist die Nachfrage und damit auch die Wartezeit an den Hochdruckprüfständen sprunghaft gestiegen. Aus diesem Grund entschied sich die RMG Messtechnik GmbH für den Bau eines Lufthochdruckprüfstandes bis 25 bar(ü). Dieser Ringprüfstand wird mit Luft in einem geschlossenen Kreislauf betrieben. Die Luft strömt dabei durch den Prüfling und durch ein Eichnormal gleicher Zählergröße. Die Lufttemperatur steigt auf Grund der Kompression und Bewegung im Ventilator. Für eine genaue Messung ist es notwendig, die Medium- und Umgebungstemperatur annähernd konstant zu halten. Dieses geschieht durch einen wassergekühlten Rohrbündelwärmeübertrager.

Der Prüfstand kann durch folgende technische Daten charakterisiert werden:

- Maximaler Normvolumendurchfluss: $Q_{n,max} = 43000 \text{ m}^3/h$
- Betriebsvolumendurchfluss: $Q_b = 5 - 1750 \text{ m}^3/h$
- Prüfdruck: 0 - 25 bar(ü)

- Maximale Nennweite: DN250
- Flansche: PN10 / PN 16 / PN 40 / ANSI 150 / ANSI 300 / ANSI 600
- Maximale Gesamtlänge mit Ein- und Auslaufstrecke: 4,6 m
- für Turbinenradgaszähler, Wirbelgaszähler und Ultraschallzähler

Die Abbildungen 5.1 und 5.2 zeigen den Aufbau des Prüfstandes als Übersichtsgrafik und mit einem Foto. Der Ventilator hat eine Leistungsaufnahme von 160 kW, erzeugt eine maximale Druckdifferenz von 2,2 bar und dient zur Erzeugung eines Massenstromes im geschlossenen Prüfstand. Durch die Druckerhöhung und Bewegung der Luft erwärmt sich diese und erwärmt sich in einem unzulässigen Maße und muss daher auf einem Temperaturniveau gehalten. Die Auslegungstemperatur der Luft beträgt 22 Grad Celsius und wird durch einen wassergekühlten Rohrbündelwärmeübertrager konstant gehalten. Das erste Gebrauchsnormale ist ein Turbinenradgaszähler mit der Baugröße G1000. Für geringere Durchflüsse stehen ein Drehkolbengaszähler G100 und ein weiterer Turbinenradgaszähler G250 als Normale zur Verfügung. Es steht Bauraum für drei gleichzeitig zu messende Prüflinge zur Verfügung. Während der Ent- und Bespannung des Prüfstandes wirken Impulskräfte in Strömungsrichtung. Diese werden durch einen Kompensator aufgefangen, sodass der Prüfstand nicht beschädigt wird.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Fehlerkurven für einen Turbinenradgaszähler DN80 G160 bei 1 bar und 10 bar gemessen. Der Maximaldruck von 10 bar wurde gewählt, weil der Testzähler bis PN 10 zugelassen ist. Der entwickelte "Numerische Prüfstand" soll auch für hohe Drücke funktionsfähig sein, sodass die ermittelten Fehlerkurven zur Überprüfung der Nutzbarkeit dienen.

In der Tabelle 5.1 sind die auf Q_{max} normierten gemessenen Messfehler aufgeführt. Die Messfehlerkurven (Abbildung 5.3) zeigen einen erwarteten Verlauf. Bei einem Druck von 1 bar zeigt der TRZ bis ca. $0.6 \cdot Q_{max}$ einen annähernd

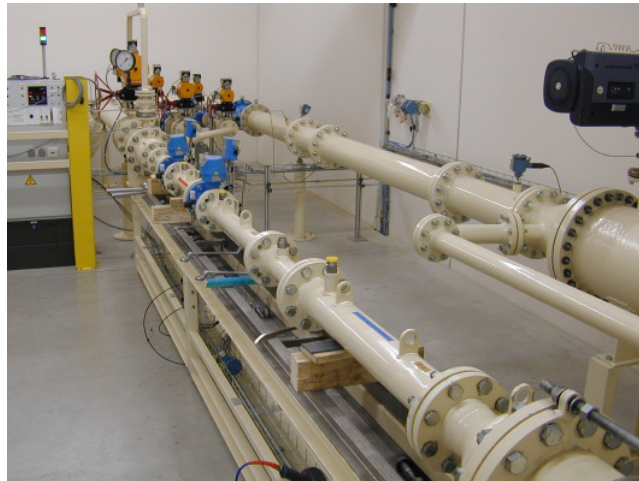


Abbildung 5.1: Foto des verwendeten HD-Prüfstands

linearen Fehlerkurvenverlauf, was auf eine lineare Reynoldszahlabhängigkeit hinweist. Mit abnehmenden Durchfluss nimmt der Einfluss der Lagerreibung zu, die Strömungs- und Trägheitswiderstände nehmen quadratisch ab und der Messfehler steigt. Sinkt der Volumenstrom auf unter ca. 10% von Q_{max} , dominieren die Lagerreibungskräfte, der Rotor wird gebremst und die Fehlerkurve fällt steil ab. Mit zunehmenden Druck zeigen die Fehlerkurven einen geradlinigeren und lineareren Verlauf. Der typische Anstieg der Fehlerkurve bei 1 bar und niedrigeren Durchfluss zeigt die Kurve bei 10 bar nicht. Der Einfluss der steigenden Viskositätskräfte durch den steigenden Druck kann daran gut erkannt werden. Die Hochdruckfehlerkurven fallen unter mit einem annähernd linearen Verlauf mit abnehmenden Durchfluss leicht ab. Die bei höheren Drücken wirkenden größeren Viskositätskräfte sind dann annähernd gleich groß, wie die Strömungs- und Trägheitswiderstände. Der sich bei 1 bar im unteren Durchfluss stark ansteigende Messfehler resultiert daraus, dass die geringen Viskositätskräfte den Rotor nicht abbremsten und kein Kräftegleichgewicht zu den Strömungskräften bilden, bis zu dem Volumenstrom, an welchem die Lagerreibungskräfte dominieren.

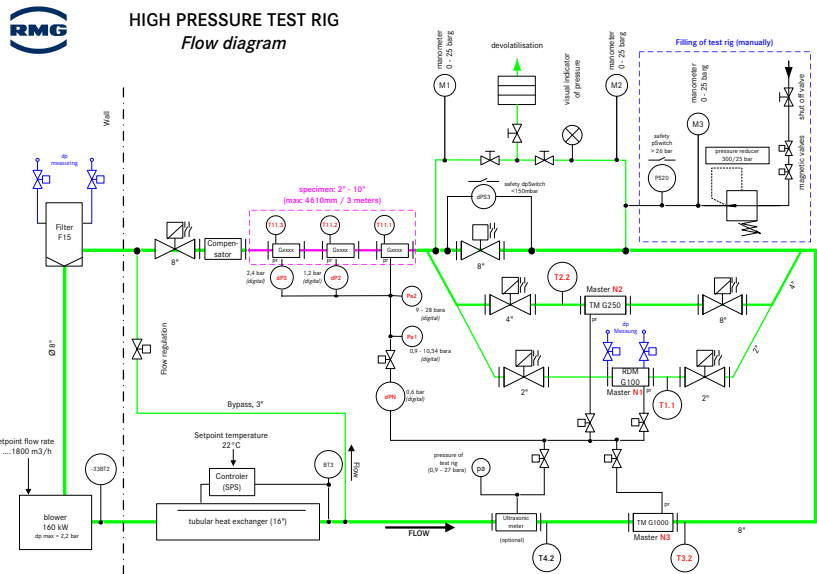


Abbildung 5.2: Schema des verwendeten HD-Prüfstands

Druck	5	10	25	40	70	100
1 bar	-0,70	0,69	0,43	0,13	-0,04	0
10 bar	-0,41	-0,24	-0,13	-0,10	0,06	0

Tabelle 5.1: Normierte Fehlerkurven des TRZ DN80 G160

Das Messmedium des verwendeten Turbinenradgaszähler ist typischerweise Hochdruck-Erdgas und es müsste genommen ein HD-Prüfstand mit Erdgas für Untersuchungen verwendet. Die Messabweichungen zwischen Luft und Erdgas sind so gering, dass durchaus nutzbare und sehr gute Ergebnisse und Erkenntnisse gewonnen werden können. Die immensen Kosten würden den Bau eines firmeneigenen Erdgas HD-Prüfstands nicht rechtfertigen. Erdgashochdruckprüfungen werden z.B. bei PIGSAR in Dorsten oder in den Niederlanden in Westerbork angeboten. Der neueste und größte Prüfstand für Gas und Flüssigkeitsmessungen ist kurz vor der Inbetriebnahme des Prüfstands

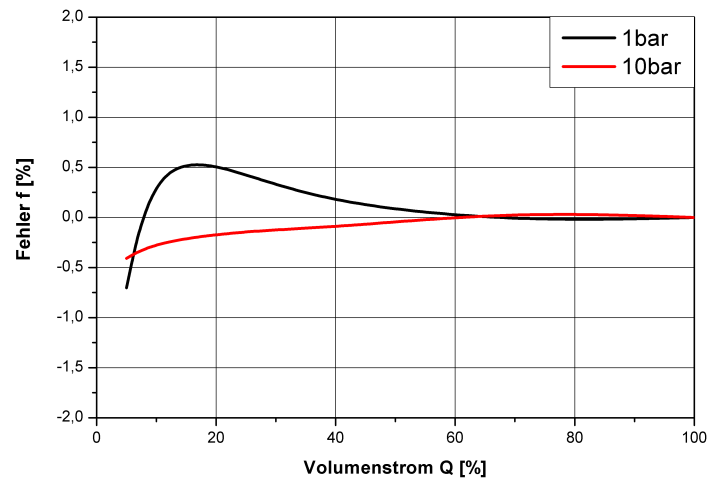


Abbildung 5.3: Fehlerkurven des TRZ bei einem Druck von 1 bar und 10 bar

“EUROLOOP“ beim “Netherlands Measurement Institute (NMI)” in Rotterdam. Es besteht dort die Möglichkeit, Gasdurchflüsse von bis $30.000 \text{ m}^3/h$ bei bis zu 60 bar Druck zu realisieren. Die aufwendig und teuer ermittelten Fehlerkurven werden im Kapitel 6 mit den berechneten Kurven des “Numerischen Prüfstands” verglichen. Ziel ist es, für Entwicklungsarbeiten ausreichende annähernden Verlauf der Momentenbeiwert- und Fehlerkurven zu erreichen, um so Kosten und Zeit zu sparen.

6 Ergebnisse

Für die Berechnung der Strömung im Turbinenradgaszähler mit ANSYS CFX 11.0 wurde dieser mit Hilfe der Vernetzungssoftware ICEM vernetzt. Es wurde definiert, dass der TRZ aus drei einzelnen Strömungsräumen (Domains) besteht. Diese Definition basiert auf den wichtigsten Strömungsabschnitten: dem Strömungsgleichrichter, dem Turbinenlaufrad (Rotor) und dem Messwerk (Nachlauf), siehe Abbildung 6.1. Dafür wurde das Volumen des Strömungsgleichrichters mit $1.5 \cdot 10^6$ Knoten bzw. $5.3 \cdot 10^6$ Elementen, die Rotordomain mit $2 \cdot 10^6$ Knoten bzw. $6.1 \cdot 10^6$ Elementen und die Nachlaufdomain mit $1.2 \cdot 10^6$ Knoten bzw. $3.5 \cdot 10^6$ Elementen unstrukturiert vernetzt. Die Grenzschicht wurde aufgrund des verwendeten SST - Turbulenzmodells und der benötigten Grenzschichtauflösung mit 10 Elementen aufgelöst. Die Abbildung 6.2 zeigt aus Gründen der Übersichtlichkeit das unstrukturierte Netz aus überwiegend Tetraedern (dreiseitige Pyramide) auf der Oberfläche des Gleichrichternabe, dem Rotor und dem Nachlauf.

Die CFD - Berechnungen erfolgten stationär, da eine transiente Berechnung mit der vorhandenen Hardware in keinem in der Anwendungspraxis annehmbaren Zeitaufwand erfolgen kann. Als Fluid wurde Luft als reines und ideales Gas bei entsprechendem konstanten Druck von 1 bar oder 10 bar verwendet. Weiterhin wurde Isothermie, also keine Wärmeprozesse, angenommen. Wie schon beschrieben, wurde das SST - Turbulenzmodell verwendet. Das Konvergenzkriterium von $1 \cdot 10^{-4}$ wurde nach ca. 80 Iterationsschritten erreicht.

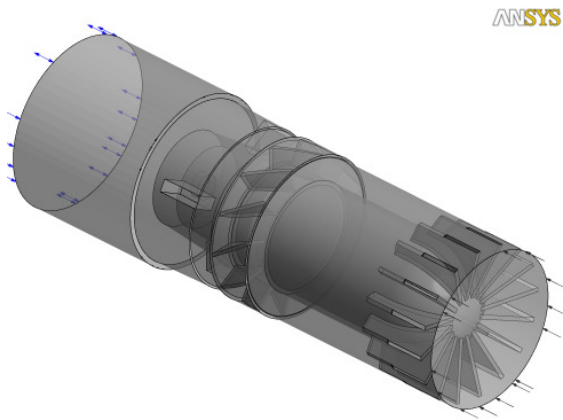


Abbildung 6.1: Gesamtrechnernetz

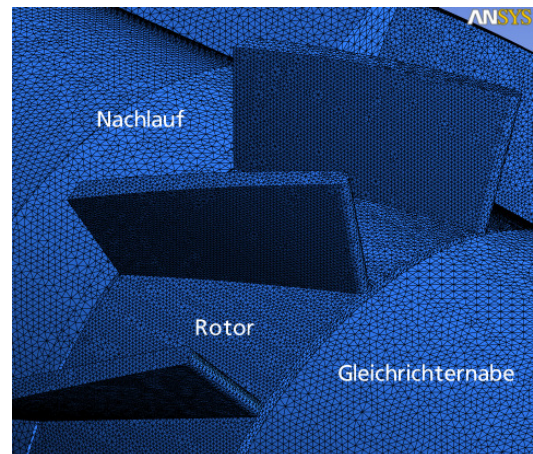


Abbildung 6.2: Oberflächennetz der drei Domains

Für die Simulation muss zu jedem Betriebspunkt die entsprechende Rotordrehzahl angepasst werden. Durch Messungen ist bekannt, dass für den untersuchten Zähler die Drehzahl 10.200 min^{-1} bei Q_{max} ist. Es wird angenommen, dass ein konstanter K - Faktor des Zählers vorliegt. Daraus ergibt sich durch diesen linearen Zusammenhang die entsprechende Drehzahl, der dazugehörige Volumenstrom und die Einströmgeschwindigkeit in den Strömungsgleichrichter, s. Tabelle 6.1.

Betriebspunkt	Drehzahl min^{-1}	Volumenstrom m^3/h	Einströmgeschw. m/s
$0,05 \cdot Q_{max}$	510	12,5	0,79
$0,1 \cdot Q_{max}$	1020	25	1,59
$0,25 \cdot Q_{max}$	2550	62,5	3,97
$0,4 \cdot Q_{max}$	4080	100	6,34
$0,7 \cdot Q_{max}$	7140	175	11,10
Q_{max}	10200	250	15,86

Tabelle 6.1: Rotordrehzahlen, Durchflüsse und Strömungsgeschwindigkeiten am Eintritt des Strömungsgleichrichters

Die Abbildung 6.3 zeigt Geschwindigkeitsfelder auf mehreren Schnittebenen

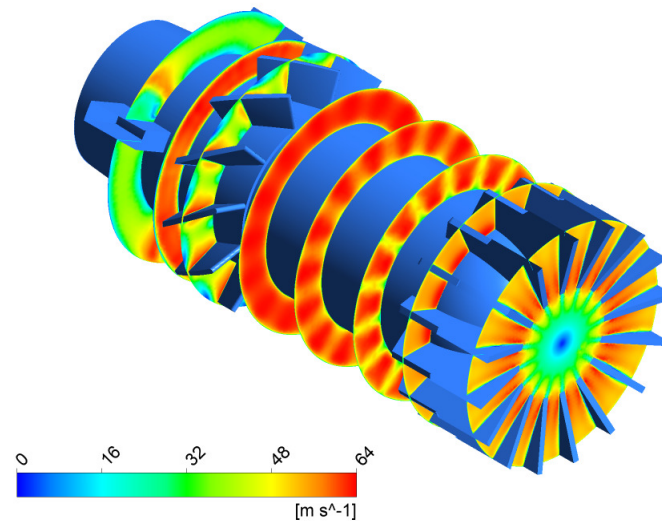


Abbildung 6.3: Geschwindigkeitsfelder auf Schnittebenen durch den TRZ

senkrecht zur Rotationsachse bei maximalem Volumenstrom. Im Strömungsgleichrichter werden eventuelle Strömungsinhomogenitäten (z.B. Drall) minimiert und die Strömung wird durch den abnehmenden Strömungsquerschnitt stark beschleunigt. Ein Strömungsgleichrichter besteht aus einer gewissen Anzahl von Stegen und einem zylinderförmigen Verdrängungskörper. Die Anzahl der Stege bzw. Rippen (hier 16 Stück) und die Geometrie des Verdrängungskörpers haben einen Einfluss auf die Effektivität der Gleichrichtung. Es muss ein Kompromiss zwischen einer großen Anzahl von Rippen und dem damit verbundenen erhöhten Druckverlust durch die Verringerung des Strömungsquerschnitts gefunden werden, sowie einer zu geringen Anzahl von Rippen gefunden werden, sodass eine Drallreduzierung nur unzureichend ist. Der Durchmesser des Zylinders und der Radius der aufgesetzten und angeströmten Halbkugel beeinflussen auch die Qualität der Strömungsbeeinflussung. Die Rippen vermindern den Drall und der Verdrängungskörper vermindert Geschwindigkeits-

unterschiede in Hauptströmrichtung für Gase aber auch für Flüssigkeiten. Nachdem das Fluid auf den Gleichrichter trifft, wird dieses durch die Querschnittsverengung eingeschürt und beschleunigt. Sehr gut ist in Abbildung 6.3 der Stau-punkt als blauer Bereich im Zentrum der ersten Schnittebene zu erkennen. Dort ist die Geschwindigkeit sehr gering bzw. Null. Während der Strömungs-verdrängung strömt gemäß der zweiten Schnittebenen das Fluid in Wandnähe der Gleichrichternabe weiterhin schneller als im Rohrwandbereich bzw. mit zu-nehmenden Radius des Abstands, da die Umlenkung in diesem Bereich höher ist. Das Fluid strömt nun in dem von der Gleichrichternabe und dem Turbinenge-häuse (hier nicht abgebildet) gebildeten Ringspalt. Im Abströmbereich der Rip-pen (s. 3. Schnittebene Abbildung 6.3) und dem inhomogenen Strömungsbereich ist die Rippenanordnung des Gleichrichters zu erkennen. Dieses Strömungsfeld würde bei dem Auftreffen auf den Rotor einen ungünstigen Einfluss auf das Zäh-lerverhalten bewirken. Für das Turbinenrad ist eine möglichst gleichmäßige An-strömung zu gewährleisten. Der Strömungsweg von den Rippen bis zum Ende des Gleichrichters dient zu Ausgleichseffekten durch die Fluidviskosität inner-halb des heterogenen Strömungsfeldes. Dieser freie Strömungsbereich kann auf Grund des begrenzten Bauraumes nicht sehr lang sein. Die Schnittebenen 5 und 6 veranschaulichen diesen Effekt und zeigen eine gute Anströmung auf das Turbinenrad. Liegen Strömungskomponenten in Umfangrichtung vor, wür-de der Messfehler durch ein beschleunigtes oder verzögertes Turbinenrad stei-gen oder fallen. Bei einer idealen Durchströmung durch das Schaufelgitter des Rotors entstehen keine Turbulenzen, besonders an der Anström- und Abström-kante. Die Berechnung zeigt gemäß Abbildung 6.4 dagegen starke Turbulenzen in der Rotorschaufelanströmung mit Ablösungen (rote Bereiche) auf der obe-ren und unteren Seite der Schaufel. Der dunkelblaue Bereich zeigt eine sehr niedrige Geschwindigkeit auf Grund des Staupunktes an der Schaufelkante.

Die Schaufelumströmung ist sehr komplex, besonders durch die Spaltströ-

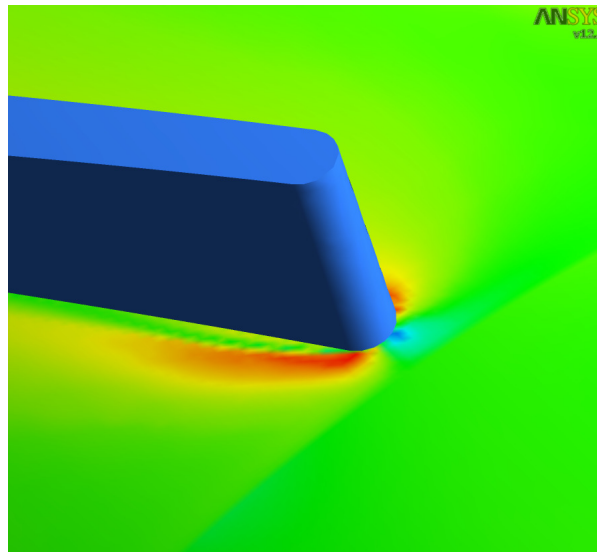


Abbildung 6.4: Anströmung um Rotorscheufel

mung, welche sich im Spalt zwischen Schaufelspitze und Gehäuse ausbildet. Das Fluid umströmt die Schaufeloberkante und es entstehen starke Turbulenzen auf der Lee-Seite. Diese hochstationäre und nichtlinearen Prozesse werden zusätzlich durch die verschiedenen Umfangsgeschwindigkeiten beeinflusst. Es besteht ein Zielkonflikt zwischen gewünschtem sehr geringem Spalt, welcher nur sehr teuer zu produzieren ist, und einem strömungstechnisch ungünstigen aber preisgünstigen großen Zwischenspalt. Der Einfluss der Form der Abströmkannte des Rotorblattes ist bekannt und Gegenstand einiger Veröffentlichungen, z.B. [8] und [52]. Für die vorliegende Arbeit ist die Spaltströmung zwischen Rotor und Nachlaufbereich relevant, da in diesem Bereich die Abströmbilanzebene liegt (s. Kapitel 3).

Die Momentenbeiwerte hängen von dem Grad der Turbulenz hinter dem Rotor und in dem Radseitenraum ab. Je größer die Turbulenz, desto größer der c_m -Wert. Nachfolgend wird die Strömung genauer untersucht und die entsprechenden Bereiche und Effekte dargestellt.

Dazu wurde ein begrenzter Bereich im Radseitenraum ausgewählt. Es wur-

de Periodizität entlang des Umfangs bezüglich des Strömungsfeldes angenommen, sodass der Bereich hinter einem Rotorblatt für die Auswertung genügen soll. Weiter wird angenommen, dass entscheidende Effekte ausschliesslich im nahesten Bereich, also unmittelbar hinter der Rotorscheufel, auftreten. In einer Ebene von $0,8\text{ mm}$ Breite und 12 mm Höhe wurden entlang des Radius 25 Punkte im Abstand von $0,5\text{ mm}$ angeordnet. Axial wurden in Strömungsrichtung gleichmäßig fünf Punktelinien (röm. I bis V) im Abstand von $0,2\text{ mm}$ angeordnet, s. Abbildungen 6.5 und 6.6. Das Untersuchungsgebiet wird somit durch eine Matrix mit 125 Punkten aufgelöst. Die Punktelinie (I) liegt in einer Ebene mit der Bilanzebene Outflow und die Punktelinie (V) kurz vor den Kantenflächen der Maße C und D des Nachlaufs.

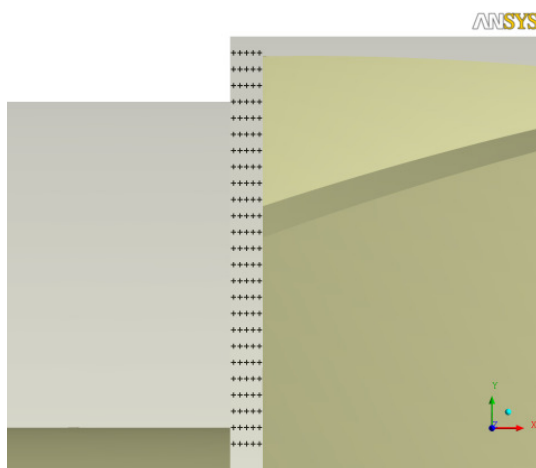


Abbildung 6.5: Punktematrix am Rotor/ Nachlauf

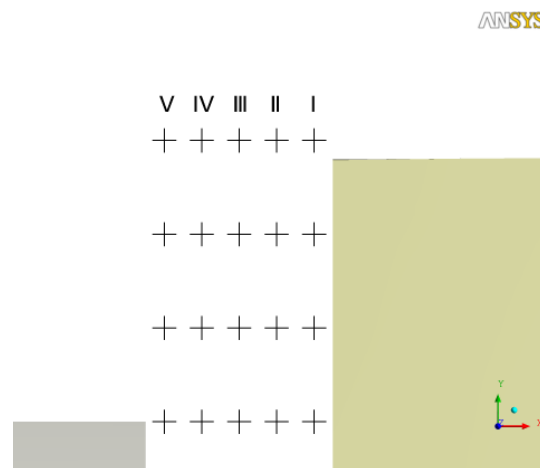


Abbildung 6.6: Bezeichnung Punktereihen,
Bereich Maß D

Zur Bewertung des Grades der Turbulenz wird die Wirbelfrequenz (Turbulence Eddy Frequency) $TEF [s^{-1}]$ angewendet. Diese ist der Quotient aus der turbulenten kinetischen Energie $k [m^2 \cdot s^{-2}]$ und der turbulenten Wirbeldissipationsrate (Turbulence Eddy Dissipation) $[m^2 \cdot s^{-3}]$. Die Stärke der dreidimensionalen Geschwindigkeitsschwankungen ist ein Maß für die turbulente kinetische Energie und sie steigt mit zunehmenden Schwankungen der mittleren Geschwindig-

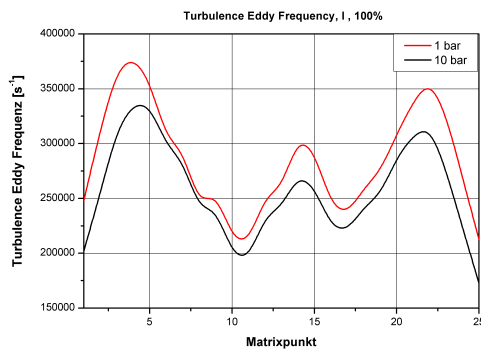


Abbildung 6.7: Turbulenzfrequenz, Punktlinie I, 100%

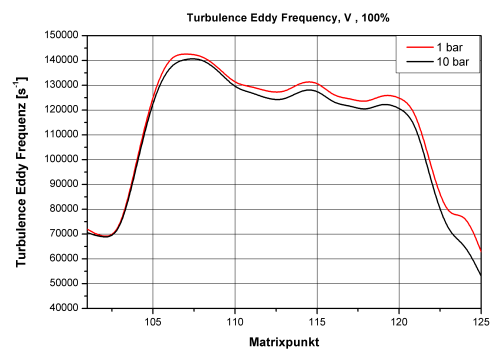


Abbildung 6.8: Turbulenzfrequenz, Punktlinie V, 100%

keitsquadrate. Diese kinetische Energie wird aber auch dissipiert und dämpft somit in Abhängigkeit ihrer Dissipationsrate die Wirbelfrequenz. Es gilt auch hier, je größer die Wirbelfrequenz TEF , desto größer ist der Momentenbeiwert C_m .

In den folgende Abbildungen 6.7 und 6.8 sind exemplarisch die Wirbelfrequenzen bei maximalem Volumenstrom entlang der Punktlinien (I) und (V) dargestellt. Im Anhang befinden sich weitere Diagramme zu den Volumenströmen bei 10%, 25%, 40% und 70%.

Die Abhängigkeit der Viskosität von Gasen bei niedrigen Drücken ist gering. Die Differenzen im Verlauf der Bewertungskurven können aber nur damit erklärt werden. Wie in den Abbildungen 6.7 und 6.8 verhalten sich die Wirbelfrequenzen bei 1 bar und 10 bar unterschiedlich. Bei der Betrachtung der Wirbelfrequenz in Rotorblattnähe (Abbildung 6.7) liegt die Wirbelfrequenz bei 1 bar deutlich über der Frequenz bei 10 bar, da durch die höhere Viskosität bei höherem Druck Dämpfungseffekte auftreten. Diese Aussage erklärt dadurch auch den verschiedenen Verlauf der Bewertungskurven. Die Turbulenz ist bei höheren Drücken geringer und somit ist auch der Momentenbeiwertverlauf bei höherem Druck gleichmässiger. Wie im Kapitel 3 beschrieben, bewirken eine niedrige

Turbulenz niedrige Verluste, also eine idealere Anströmung bzw. einen besseren Kurvenverlauf. Im Verlauf der Turbulenzfrequenz entlang der Abströmkante des Rotorblattes sind in drei Bereichen die Frequenzen besonders gross. Im oberen Bereich (Matrixpunkte 3 - 4) bewirkt der Ablösewirbel der Schaufelspitze eine hohe Turbulenzfrequenz. An dieser Stelle ist von allen drei höheren Frequenzbereichen die Turbulenzfrequenz am größten. Die zweithöchste Frequenz entsteht am Schaufelfuss (Matrixpunkte 22 - 23), im Nachlauf des Bereiches Rotornabe und Blattfuss. Die geringste Turbulenzfrequenzspitze liegt zwischen diesen beiden Bereichen, im Bereich der Matrixpunkte 13 - 15. Durch Überlagerung der Schaufelspitzenwirbel und Schaufelfusswirbel entsteht ein neues Wirbelgebiet in diesem Bereich. Mit abnehmenden Volumenstrom bleibt die Charakteristik des Kurvenverlaufs mit den drei Frequenzspitzen erhalten, doch die Frequenzgröße verringert sich durch die niedrigere Rotordrehzahl und den geringeren Durchfluss. Bei 10% von Q_{max} (Abbildung 7.1) liegen die Frequenzkurven besonders weit entfernt voneinander. Durch die kleinere Reynoldszahl steigen die Zähigkeitskräfte und es verringern sich die Trägheitskräfte. Dadurch ist eine stärkere Ausdifferenzierung bei unterschiedlichen Drücken möglich. Die Lage der Frequenzspitzen verändert sich entlang der Matrixpunkte nicht, da die wirbelerzeugende Geometrie nicht veränderlich ist.

Der Frequenzverlauf in Nachlaufnähe sieht anders aus. Hier liegt die Wirbelfrequenz bei einem Druck von 1 bar auch generell über der Kurve für 10 bar. Allerdings sind die drei Frequenzbereiche weniger stark ausgebildet und liegen in einem anderen Bereich innerhalb des Radseitenraumes. Die Ursache liegt darin, dass das abströmende Fluid durch den Nachlauf (Messwerk) in Form einer Düse fließen muss. Die Radien der Eintrittsgeometrie haben einen sehr grossen Einfluss auf das Messverhalten des Turbinenradgaszählers. Ein wichtiger Bestandteil dieser Arbeit ist die Untersuchung des Einflusses von Geometrievariationen dieser beiden Parameter mit Hilfe des hier vorgestellten "Numerischen

Prüfstandes“ (s. Kapitel 6.2). Entlang der Punktelinie in Nähe des Nachlaufs ist die Wirbelfrequenz niedriger und weniger differenziert, als in Nähe des Rotors. In diesem Bereich ist der Einfluss des sich drehenden Rotors etwas geringer. Die Turbulenzen der Rotorspitze und des Schaufelfusses werden durch die Düsen Eintrittskanten kompensiert und werden dadurch abgeschwächt. Dennoch sind in Abbildung 6.8 drei Frequenzspitzen zu erkennen. Die drei Turbulenzgebieten von der Punktelinie I wirken in diesen Bereich hinein. Mit abnehmenden Durchfluss verringert sich auch in diesem Bereich die Turbulenzfrequenz und die Frequenz bei 1 bar liegt stetig über der 10 bar - Frequenz. Hervorzuheben ist, dass sich im unteren Bereich (Matrixpunkte 122 - 123, Schaufelfuss, Kante C) eine vierte Frequenzspitze herausbildet. Die Erklärung hierzu wird im Kapitel 6.2 gegeben.

6.1 Vergleich der berechneten und gemessenen Kurven

Der hier vorgestellte “Numerische Prüfstand“ soll während der Weiterentwicklung eingesetzt werden, um schnell und kostengünstig Auswirkungen von Designänderungen zu überprüfen. Ein Fokus auf der Entwicklung dieses Prüfstandes lag auf der Überprüfung von Parametervariationen mit Hilfe des Computers, ohne jede Parameteränderung auf einem Hochdruckprüfstand zu überprüfen. Daher ist es notwendig, dass die Ergebnisse des “Numerischen Prüfstands“ mit den Ergebnissen des realen Prüfstandes so gut wie möglich übereinstimmen. Eine exakter Verlauf der gerechneten Kurven kann aber nicht erwartet werden, da im Computer die Realität nicht zu 100% abgebildet werden kann. Zusätzlich gelten die für die CFD üblichen Fehlerbetrachtungen. Die Besonderheit in den nachfolgenden Überlegungen besteht darin, dass streng genommen die Momentenbeiwertkurven nicht gleich den Messfehlerkurven sind. Wie im Kapitel 3 schon dargestellt, ist der Momentenbeiwert als Vergleichswert und zur Beurtei-

lung geeignet. Die Besonderheit des “Numerischen Prüfstandes” liegt gerade darin, dass Momentenbeiwert- und Messfehlerkurven in ihrem Verlauf und Verhalten vergleichbar sind.

Zur Überprüfung des “Numerischen Prüfstandes” wurde ein Turbinenradgaszähler DN 80 G160 auf dem HD-Luftprüfstand der Firma RMG Messtechnik GmbH bei einem Druck von 1 bar und 10 bar geprüft. Die Messpunkte bzw. Volumenströme Q liegen bei 5%, 10%, 25%, 40%, 70% und 100% vom maximalen Volumenstrom Q_{max} . Der Druck 1 bar stellt den annähernden Atmosphärendruck dar. Der Testzähler wurde auch bei 10 bar geprüft, da dieser der Druckstufe PN 10 gemäß gebaut und druckgeprüft wurde und für einen Funktionstest des “Numerischen Prüfstandes” auch bei Hochdruck notwendig ist. Die Abbildungen 6.9 und 6.10 zeigen den Vergleich der mit berechneten Momentenbeiwertkurven und den gemessenen Messfehlerkurven bei 1 bar und 10 bar. Die Kurven wurden in den Punkt Q_{max} gelegt, um eine bessere Vergleichbarkeit, auch hinsichtlich der späteren Parametervariationen, zu erhalten (s. Kapitel 3).

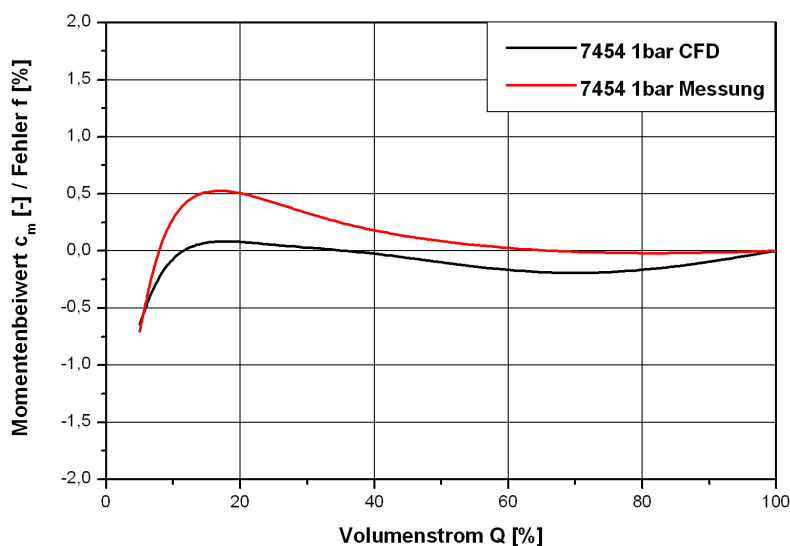


Abbildung 6.9: Vergleich der Bewertungskurven des TRZ bei einem Druck von 1 bar

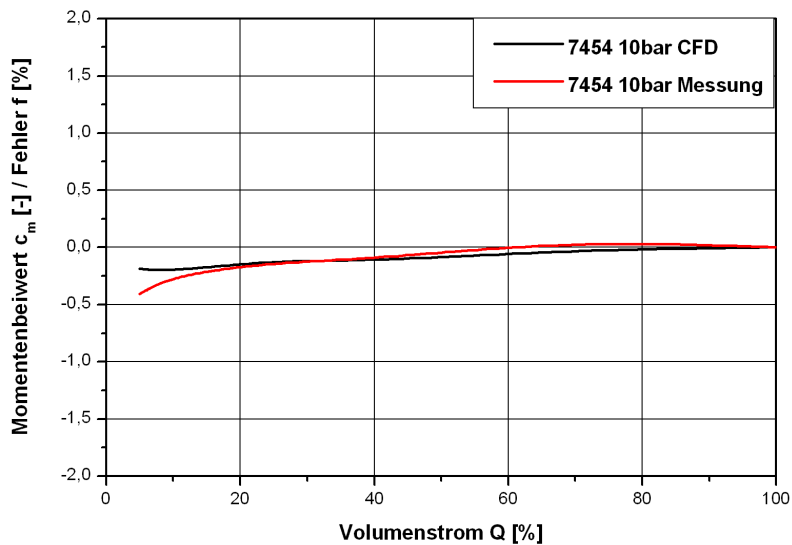


Abbildung 6.10: Vergleich der Bewertungskurven des TRZ bei einem Druck von 10 bar

Für die Erstellung der berechneten Kurven in den Abbildungen 6.9 und 6.10 wurden die resultierenden Geschwindigkeiten vor (Inflow) und hinter (Outflow) dem Rotor bilanziert, s. Abbildung 6.11. Die jeweilige Geschwindigkeit wird auf einer “Surface of Revolution” berechnet. Die Ebene ist kreisringförmig und wird durch eine um die Rotationsachse des Zählers rotierende Linie gebildet. Die Anzahl der linienbildenden Punkte und die Schrittweite um die Rotationsachse beträgt jeweils 1000 Punkte. Mit 10^6 gleichmässig verteilten Punkten werden die Bilanzebenen gebildet und es ist das vom Post - Processing zulässige Maximum der Auflösung. Die Flächen sind kongruent und liegen 19 mm auseinander. Der kleinere Radius beträgt $25,9\text{ mm}$, der größere Radius $38,5\text{ mm}$ und die Fläche ist $25,48\text{ cm}^2$.

Die CFD - Simulation berechnet für den Betriebsdruck von 1 bar und 10 bar folgende Eintritts - und Austrittsgeschwindigkeiten, s. Tabellen 6.2. Für die Korrektur durch die Lagerreibung werden die Lagerkräfte benötigt. Die in der Tabelle 6.3 angegebenen Werte sind jeweils die Summe der auf die Rotornabe und

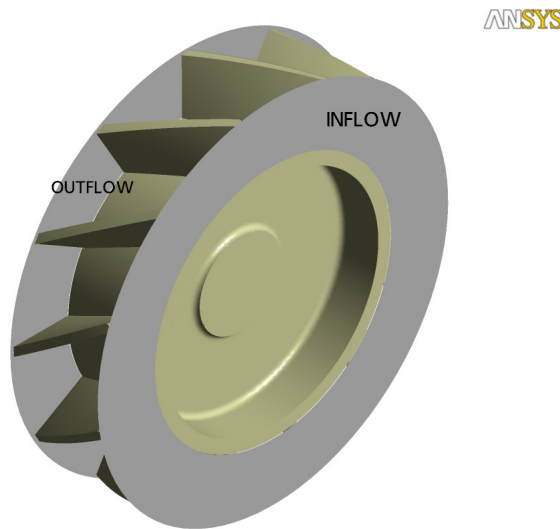


Abbildung 6.11: Bilanzebenen für die Berechnung

die Rotorblättern wirkende Kräfte. Die Werte für die Kräfte bei einem Druck von 10 bar sind erwartungsgemäß ca. zehnmal höher.

Die berechnete 1 bar - Kurve zeigt einen ähnlichen Verlauf wie die gemessene Fehlerkurve. Beiden Kurven fallen im oberen Durchflussbereich erst leicht ab, um dann bis zum einem Volumenstrom von 10% bis 20% von Q_{max} wieder stark anzusteigen. Die berechnete Kurve liegt unterhalb und zeigt einen weniger differenzierten Verlauf. Besonders gross ist die Abweichung mit abnehmenden Volumenstrom. Die größte Übereinstimmung des Momentenbeiwertes und des Messfehlers liegt bei Q_{min} . Der Vergleich der Kurven bei einem Betriebsdruck von 10 bar zeigt eine sehr gute Übereinstimmung, wobei sich ein Schnittpunkt der Linie bei einem Durchfluss von 25% von Q_{max} zeigt. Im Gegensatz zu den 1 bar - Kurven liegt die größte Abweichung beim minimalsten Volumenstrom.

Strömungsgeschwindigkeit	1 bar	10 bar
Inflow (5%)	2,18	2,23
Outflow (5%)	1,60	1,71
Inflow (10%)	4,39	4,43
Outflow (10%)	3,29	3,43
Inflow (25%)	11,06	11,07
Outflow (25%)	8,42	8,54
Inflow (40%)	17,73	17,70
Outflow (40%)	13,59	13,72
Inflow (70%)	31,08	30,88
Outflow (70%)	24,02	23,93
Inflow (100%)	44,05	44,04
Outflow (100%)	33,94	33,15

Tabelle 6.2: Ermittelte Geschwindigkeiten in $m \cdot s^{-1}$, Zahlen in Klammern geben den Volumenstrom von Q_{max} an

6.2 Parametervariationen und Ergebnisse

Die in der vorliegenden Arbeit erstellte Methode soll in der Praxis besonders für Parametervariationen angewendet werden. Daher wurden im Rahmen dieser Arbeit Tests für einen Betriebsdruck von 1 bar durchgeführt. Bei einem TRZ beeinflusst die Düse, welche aus den Maßen C und D gebildet wird (s. Abbildungen 6.12 und 6.13), hinter dem Rotor das Messverhalten des Zählers sehr stark. *Der "Numerische Prüfstand" wird eingesetzt, um den Einfluss der Maße C und D auf die Fehlerkurve eines Turbinenradgaszählers zu untersuchen.* Andere Geometriemaße wurden nicht verändert.

Die Parameter C und D wurden in der vorliegenden Arbeit ausgehend von $C = 54\text{ mm}$ und $D = 74\text{ mm}$ (sind die im realen Zähler verwendeten Maße) in

Lagerkraft	1 bar	10 bar
5%	0,002	0,018
10%	0,002	0,064
25%	0,033	0,413
40%	0,096	1,099
70%	0,293	3,421
100%	0,630	6,885

Tabelle 6.3: Ermittelte Lagerkräfte in Newton, Zahlen in Klammern geben den Volumenstrom von Q_{max}

an

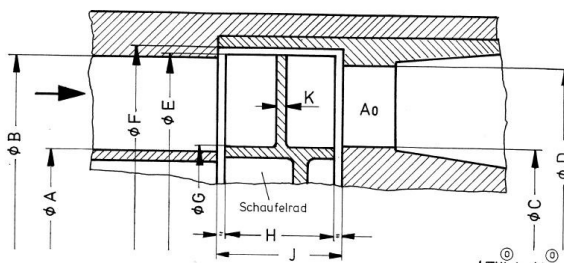


Abbildung 6.12: Die Maße C und D

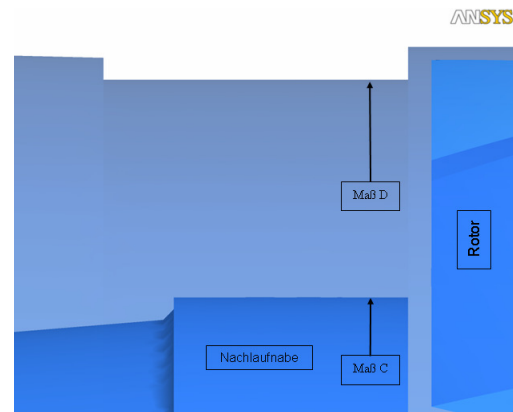


Abbildung 6.13: Die Maße C und D in ANSYS

zwei Schritten um jeweils 1 mm vergrößert bzw. verringert. Dadurch ergeben sich aus der Tabelle 6.4 die Variationen der berechneten Düsenverhältnisse.

Aus Gründen des Umfangs, der Übersichtlichkeit und Notwendigkeit wurde die Anzahl der Parametervariationen auf vier eingeschränkt. Es werden ebenfalls nur die Betriebspunkte bei 10%, 25% und 100% von Q_{max} betrachtet. Die Grafik 6.14 zeigt für eine bessere Übersicht eine abstrakte Darstellung der Düsenmaße, an welcher erklärt werden soll, warum diese Parametervariationen ausgewählt wurden. Diese vier Kombinationen stellen Extreme der Maße dar. Es werden Ergebnisse von folgenden vier Parametervariationen ausgeführt:

Kurzzeichen	Maß D in mm	Maß C in mm
D73C53	73	53
D73C54	73	54
D73C55	73	55
D74C53	74	53
D74C54	74	54
D75C55	74	55
D75C53	75	53
D75C54	75	54
D75C55	75	55

Tabelle 6.4: Übersicht über die Parametervariationen

- *D73C53*: Bei D73C53 liegen die kleinsten Maße vor und die Düse liegt am dichtesten zur Nachlaufnabe.
- *D75C55*: Die Düse bei der Variation D75C55 befindet sich mehr in Richtung Rohrwand und die Strömung wirkt stärker in Richtung der Schaufelspitze. Bei diesen beiden Variationen beträgt der lichte Abstand der Maße *C* und *D* 10 mm.
- *D73C55*: Die Hauptströmung wird im Fall D73C55 durch die kleinste Düsenöffnung von 9 mm geführt.
- *D75C53*: Die maximale Düsenöffnung von 11 mm wird bei der Parametervariation D75C53 erreicht.

Der Rotor des Turbinenlaufrades ist ein Flügelgitter, welches näherungsweise mit der Tragflügeltheorie untersucht werden kann, obwohl die Rotorblätter nicht explizit für Auftriebsgenerierung konstruiert wurden. In der Realität treten eine Vielzahl von Effekten in Abhängigkeit von der Reynoldszahl auf und verschiede-

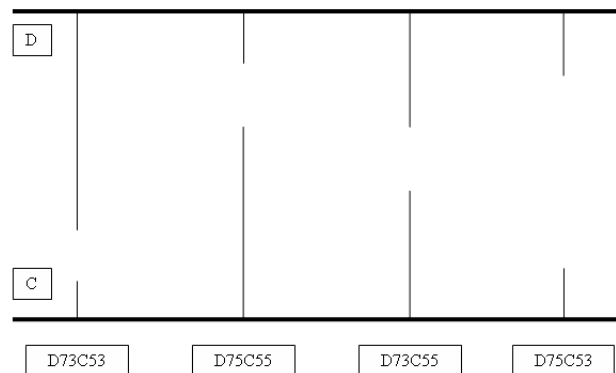


Abbildung 6.14: Abstrakte Darstellung der Parametervariationen

ne Einflüsse wirken auf die Strömung um einen Tragflügel. Die reibungsbehaftete Strömung erzeugt Spannungen, also Widerstände auf der Schaufeloberfläche. Dadurch werden Wirbelsysteme besonders am Schaufelfuss, den Schaufelspitzen und sämtlichen Kanten erzeugt. Die Reibung wirkt besonders stark in der Grenzschicht. Durch Überlagerung der Rotationsströmung des Laufrades und der translatorischen Hauptströmung entstehen unterschiedliche Geschwindigkeiten auf der Schaufeloberfläche. Die Geschwindigkeitsdifferenz auf der Ober- und Unterseite bewirkt Druckunterschiede, welche sich durch einen Wirbel bzw. den versuchten Druckausgleich hinter der abströmseitigen Schaufelkante auswirken. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die verschiedenen erzeugten Wirbel, besonders an der Schaufelspitze und dem Schaufelfuss, durch die Hauptströmung mitbewegt werden und dann auf die Kanten *C* und *D* auftreffen. Dort entsteht ein Gebiet höchster instationärer Turbulenz. Diese Effekte sind besonders in dem Fall des Axialkraftausgleichs des Rotors gewünscht. Der Rotor wird durch die Hauptströmung axial sehr stark belastet, aber durch ein Rückströmgebiet zwischen der Kante des Maßes *C* und der Lauf radnabe entsteht eine entgegengesetzte Kraft. Im idealen Fall heben sich die Kräfte auf und die axiale Lagerkraft des Rotors ist Null (Axialkraftausgleich).

Durch die unterschiedlichen Parameter werden unterschiedliche Überdeckungen erzeugt. Die größte Überdeckung besitzt die Kombination $D73C55$ und die geringste Überdeckung hat $D75C53$. Die Geschwindigkeit hinter dem Laufrad muss immer kleiner als die Eintrittsgeschwindigkeit sein, da Energie durch die entstehende Turbulenz dissipiert wird. Je stärker die Turbulenz und größer das Turbulenzgebiet hinter dem Laufrad sind, desto größer ist der Momentenbeiwert c_m .

Für die Bewertung des Einflusses der Parameter C und D wird der dimensionslose Momentenbeiwert c_m verwendet. Dabei gilt, je kleiner die resultierende Geschwindigkeit hinter dem Rotor relativ zur Anströmgeschwindigkeit vor dem Rotor ist, desto größer ist der Momentenbeiwert. Das bedeutet theoretisch, wenn die Geschwindigkeiten vor und hinter dem Turbinenlaufrad gleich groß sind, nähert sich die Momentenbeiwertkurve der Nullachse an. Die Abbildung 6.15 zeigt die Kurven nach der Berechnung, wenn die Geschwindigkeiten vor und hinter dem Rotor gleich sind ($u_{out} = u_{in}$).

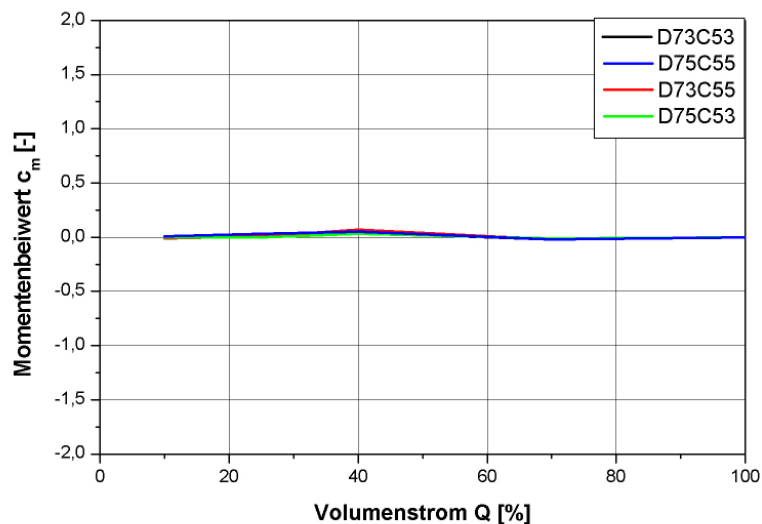


Abbildung 6.15: c_m - Kurven bei gleichen Geschwindigkeiten auf den Bilanzebenen

Die Kurven in Abbildung 6.15 zeigen keinen streng linearen Verlauf. Auffällig ist eine positiver Extremwert bei 40%, sowie ein leichtes Abfallen der Kurven bei 70% von Q_{max} . Das wird sehr gut deutlich in der Abbildung 6.16, welche die um Faktor 10 vergrößerten Kurven der Abbildung 6.15 darstellt. Die Geschwindigkeiten in den Termen getrennt betrachtet zeigen einen linearen Zusammenhang. Ausnahme ist der Term $\cos\left(\arctan\left(\frac{1}{u_{in}}\right)\right)$, in der die Eintrittsgeschwindigkeit von der trigonometrischen Funktion Kosinus abhängt, welche eine periodische Funktion ist. Abbildung 6.17 zeigt die grafische Darstellung dieses Terms. Dadurch wird veranschaulicht, dass dieser Term bewirkt, dass die Kurven bei gleicher Geschwindigkeit vor und hinter dem Rotor nicht exakt auf Null liegen. Der Anteil des Terms am gesamten c_m - Wert ist gering.

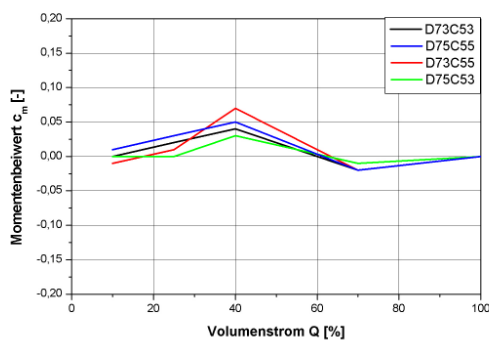


Abbildung 6.16: Vergrößerte Darstellung der Abb.
6.15

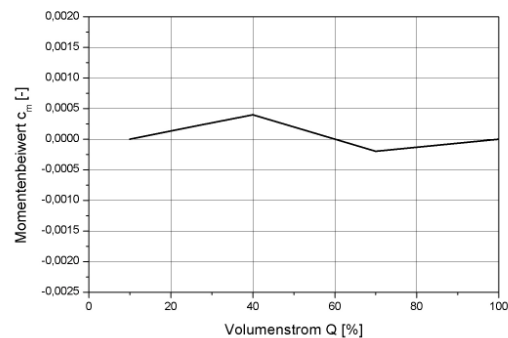


Abbildung 6.17: Grafische Darstellung des Terms
 $\cos \varphi$

In der Grafik 6.18 sind die errechneten Kurven für die Parametervariationen dargestellt. Die Werte für c_m sind in der Tabelle 6.5 aufgeführt. Um eine vergleichbare Darstellung zu erhalten, wurde auf den Fehler bei 5% verzichtet. Wie bereits erwähnt, ist die Darstellung der Momentenbeiwertkurve an die Fehlerkurve angelehnt und ein ähnlicher Verlauf ist sehr gewünscht. Der Momentenbeiwert ist aber nicht gleich der Fehler eines TRZ aus der Fehlerkurve. Die reale Kurve enthält Temperatur- und Druckkorrekturen und sie wird in Bezug zu einem

Normal aufgenommen. Grundsätzlich kann gesagt werden, dass der “Numerische Prüfstand” vergleichbare Kurven berechnen und somit eine Bewertung des Zählers vorgenommen werden kann.

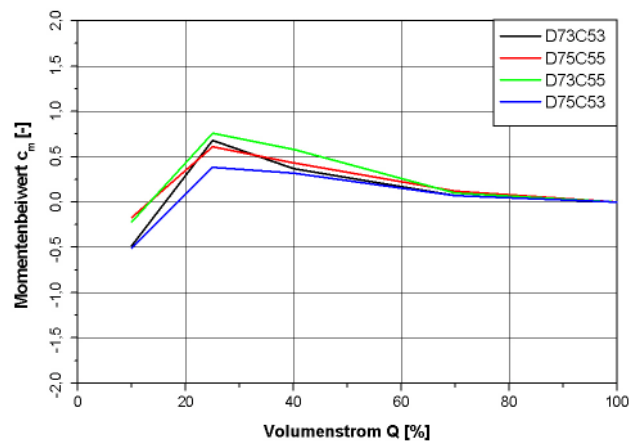


Abbildung 6.18: c_m - Kurven der Parametervariationen

von Q_{max}	10	25	40	70	100
D73C53	-0,48	0,68	0,37	0,07	0,00
D75C55	-0,17	0,61	0,43	0,12	0,00
D73C55	-0,22	0,76	0,58	0,1	0,00
D75C53	-0,51	0,38	0,32	0,07	0,00

Tabelle 6.5: Berechnete c_m – Werte

Die Kurven wurden im Punkt Q_{max} auf $c_m = 0$ normiert und liegen daher alle bei maximalem Volumenstrom auf Null. Bei 70% beginnt die Differenzierung, wobei die Kurve $D73C53$ am stärksten bis zu ihrem Maximum bei 25% steigt. Alle Kurven haben ihr Maximum bei 25%. Die c_m - Werte von $D75C55$ steigen am stetigsten. Auffällig ist der sehr differenzierte Verlauf der Linie für $D73C53$. Diese Kurve fällt besonders stark im unteren Volumenstrombereich ab. Es zeigt

sich, dass besonders die Parametervariation $D75C53$ einen besonders flachen und linearen Verlauf besitzt. Das ist sehr gewünscht und somit stellt sich heraus, dass diese Kombination ein besonders gutes Messverhalten auf einem realen Prüfstand erwarten lässt.

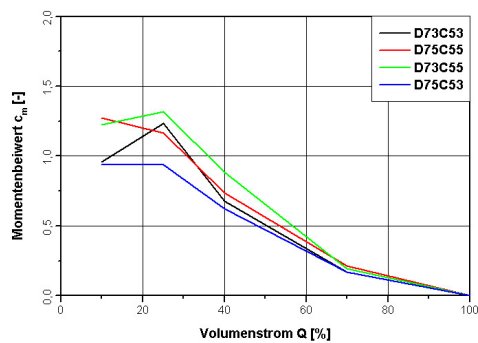


Abbildung 6.19: C_m - Verlauf ohne Reibungskorrektur

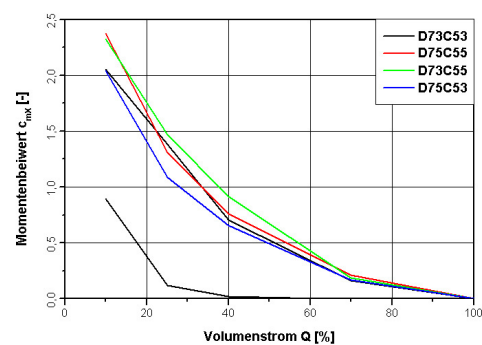


Abbildung 6.20: Verlauf der verschiedenen Momentenbeiwerte

Die Abbildung 6.19 zeigt den Gesamtmomentenverlauf ohne die Korrektur auf Grund der Reibung. Die Kurven steigen im unteren Durchflussbereich stark. In der Realität würde der Zähler das gleiche Verhalten zeigen, da sich das Turbinenrad durch das fehlende Bremsmoment schneller drehen, also der Messfehler in positive Richtung steigen würde.

Für ein weiteres besseres Verständnis der Einflüsse der einzelnen Terme ist es sehr wichtig, den Anteil der Momentenbeiwerte C_D und C_L auf den Gesamtmomentenbeiwertverlauf C_m zu untersuchen. In der Abbildung 6.20 veranschaulicht die obere Kurvenschar den Momentenbeiwert C_D . Die Kurven fallen sehr stark mit zunehmenden Volumenstrom ab. Bei ca. 50% des maximalen Volumenstroms in Richtung geringen Durchflusses beginnt eine starke Differenzierung der Kurvenverläufe in Abhängigkeit der Geometrieparametervariationen. Auffällig ist die Paarung der Variationen $D75C55/D73C55$ und $D73C53/D75C53$, welche im in der Abbildung 6.18 wieder auftaucht. Die Kurven des Momenten-

beiwerts C_L liegen übereinander und differenzieren sich nicht. Daher fallen diese Kurven in eine Kurve zusammen. Die Werte von C_L fallen von einem geringeren Maximalwert weniger stark mit wachsendem Durchfluss. Bei ca. 40% von Q_{max} streben die Werte gegen Null. *Die Abbildung 6.20 ermöglicht zu sagen, dass der Einfluss des Widerstandsmomentenbeiwerts C_D gegenüber dem Auftriebsmomentenbeiwert C_L bedeutend größer ist. Das Drehmoment wird überwiegend durch die Änderung des Impulses und weniger durch die Umströmung der Turbinenschaufeln erzeugt.* Die beiden Einzelmomentenbeiwerte wurden bei der Berechnung des Gesamtmomentenverlaufs (s. Abbildung 6.18) in jedem Durchflusspunkt individuell berücksichtigt.

Um die Kurven objektiv einschätzen zu können, muss deren Linearität und Lage zur Nulllinie untersucht werden. Je linearer bzw. flacher eine Fehlerkurve ist, desto gleichmäßiger ist das Messverhalten. Durch Änderung der Zahnradpaarung im Zählwerk kann eine Verschiebung (Offset) dieser Kurve sehr dicht an die Nulllinie vorgenommen werden. Für die Bewertung wurden die Mittelwerte der Anstiege derjenigen Geraden verglichen, welche durch die jeweiligen Werte bei 10% / 25% und 100% gebildet werden, s. Abbildung 6.21. Die Auswertung zeigt, dass der mittlere Anstieg bei $D75C53$ am geringsten und bei $D73C55$ 2,7-fach größter ist. *Die Parameterkombination $D75C53$ ist somit die geeignetste.*

In den folgenden Abbildungen 6.22 und 6.23 sind exemplarisch die Wirbelfrequenzen bei maximalem Volumenstrom entlang der Punktlinien (I) und (V) dargestellt. Im Anhang befinden sich weitere Diagramme zu den Volumenströmen bei 10% und 25% von Q_{max} .

Die Wirbelfrequenz ändert sich stark entlang und zwischen den Punktelinien (I) und (V). Mit zunehmenden Volumenstrom steigt auch die Wirbelfrequenz. Im Bereich der Schaufelspitze (Matrixpunkte 1 - 3) bzw. des größten Radius des Rotors ist die Umfangsgeschwindigkeit der Blattspitze am höchsten und es bilden sich sogenannte Wirbelschleppen aus. Dieser Bereich ist höchst insta-

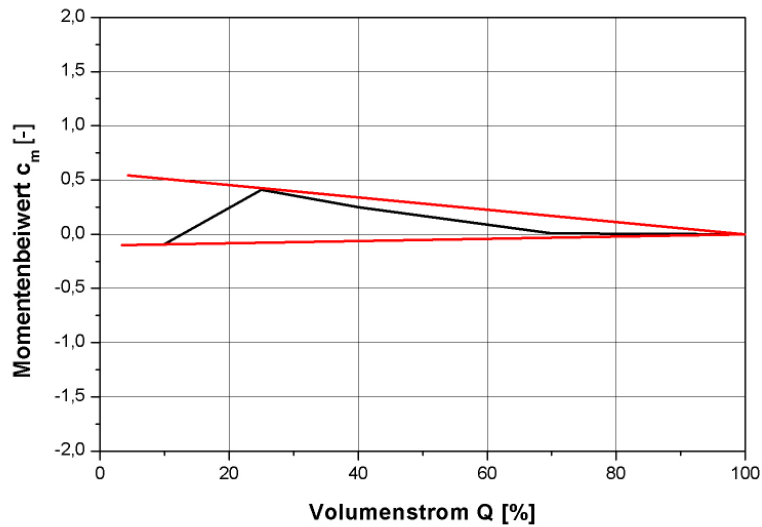


Abbildung 6.21: Geraden für die Bewertung der Linearität

tionär und turbulent. Bei niedrigen Volumenströmen bewirkt das Maß C keine Differenzierung des Wirbelfrequenz. Erst bei Q_{max} zeigt sich, dass eine größerer Radius ($D = 75\text{ mm}$) höhere Wirbelfrequenzen erzeugt als ein kleinerer Durchmesser ($D = 73\text{ mm}$). Mit abnehmenden Radius nimmt die Wirbelfrequenz ab und erreicht ihr Minimum ungefähr in der Düsenmitte, also im weit entfernten Bereich von den Maßen C und D . Dabei sinkt die Wirbelfrequenz entlang der Punktlinie (I) mit zunehmenden Durchfluss stärker. Zwischen den Matrixpunkten 4/5 beginnt eine Trennung des Kurvenpaars $D73C53/D73C55$ von der Kurvenschar und die Kurven verlaufen bei gleichem Gradienten 1 - 2 Matrixpunkte später. Diese Verschiebung sind die 1 mm Differenz des Düsenmaßes D . Hier zeigt sich als Erstes, dass die Düsenmaße auf den Rotor rückwirken. Der gleiche Effekt zeigt sich ebenfalls entlang der Punktlinie (V), welche direkt vor der Düse angeordnet ist. Im Bereich der Düsenmitte (Matrixpunkte 10 - 15) ist die Wirbelfrequenz am geringsten, nur bei der Variation $D73C55$ (100%) zeigt sich im Gegensatz zu den anderen Kurven eine geringe Frequenzerhöhung.

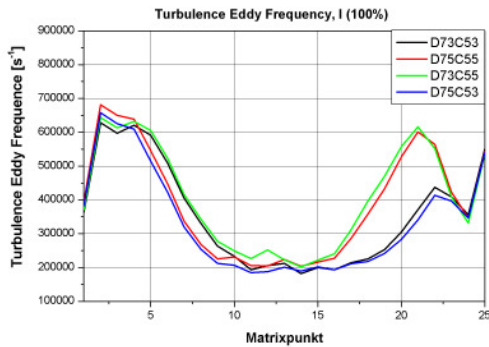


Abbildung 6.22: Turbulenzfrequenz, Punktlinie I, 100%

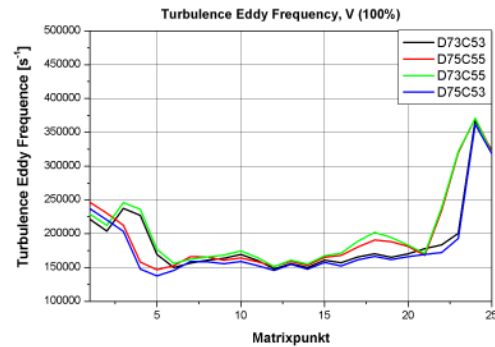


Abbildung 6.23: Turbulenzfrequenz, Punktlinie V, 100%

Entlang der Punktlinie (V) zeigt sich ganz besonders, dass der Bereich gleicher Wirbelfrequenz viel größer ist. Es kann von einem stark wannenförmigen Verlauf von den Matrixpunkten (6 - 19) im unteren Durchflussbereich gesprochen werden. Die Kurven der Punktlinie (I) zeigen dieses Verhalten nur von den Matrixpunkten (10 - 15). Dieser Unterschied kommt von der Überlagerung der Ablösungen an der Schaufelkante (Punktlinie (I)) und dem Freistrombereich ohne turbulenzgenerierenden Strömungen.

Besonders auffällig ist die Separierung der Kurven $D73C55$ und $D75C55$ entlang der Punktlinie (I), abhängig vom Durchfluss ab den Matrixpunkten 17 (10%), Punkt 16 (25%) und Punkt 14 (100%). Die Separierung beginnt mit steigendem Volumenstrom früher und der Gradient der linear steigenden Kurven ist viel größer als der anderen Parametervariationen. Das Maximum der Wirbelfrequenz wird an der Kante $C = 55\text{ mm}$ erreicht (Matrixpunkt 20/21). Die anderen Parametervariationen zeigen diesen Effekt nicht. Mit abnehmendem Radius steigt die Wirbelfrequenz weiter an und übersteigt sogar die Wirbelfrequenz an den Matrixpunkten 2/3 im Bereich des Maßes D .

Wie gezeigt werden konnte, hat das Maß C einen überproportionalen Einfluss auf die Strömung im Radseitenraum und generiert mehr Turbulenz als das

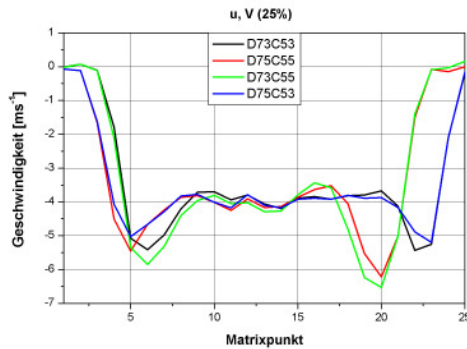


Abbildung 6.24: Geschwindigkeit u , Punktelinie V ,
25%

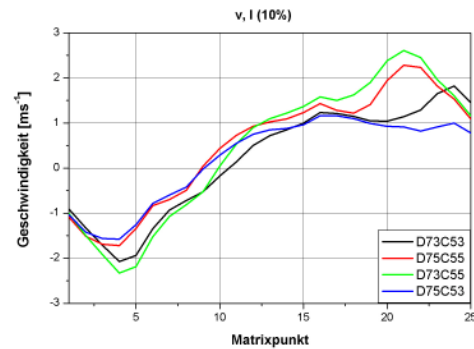


Abbildung 6.25: Geschwindigkeit v , Punktelinie I ,
10%

Maß D . Dadurch steigt der Momentenbeiwert c_m . In der Abbildung 6.18 zeigt sich, dass die Parametervariationen mit dem Maß $C = 55 \text{ mm}$ einen schlechteren Kurvenverlauf zeigen als die Variationen mit $C = 53 \text{ mm}$. Die sehr hohe Blattspitzengeschwindigkeit, die erzeugten Wirbelschleppen und das durch den großen Radius größere Bremsmoment lässt das Gegenteil erwarten. Im nachfolgenden Abschnitt wird untersucht, warum gerade das Maß C überproportional viel Turbulenz bewirkt.

Die Strömungsfelder können durch Beurteilung der drei Geschwindigkeitskomponenten noch detaillierter untersucht werden. Die kartesischen Koordinaten (x, y, z) entsprechen dabei den Vektorkoordinaten (u, v, w) an jedem Matrixpunkt. Die x - Koordinate zeigt in Richtung der Rotationsachse, die y - und z - Koordinate stehen senkrecht auf der x - Achse. An den Matrixpunkten bezeichnet die z - Koordinate die Rotationsrichtung des Laufrades. Im Anhang befinden sich die Diagramme zu jeder der drei Geschwindigkeitskomponenten, den Volumenströme und den entsprechenden Punktelinie. Die Abbildungen 6.24 und 6.25 geben einen ersten Überblick, über die gut differenzierten Verläufe der Kurven.

Die Analyse der Strömung entlang der x - Achse (u - Vektor) zeigt, dass un-

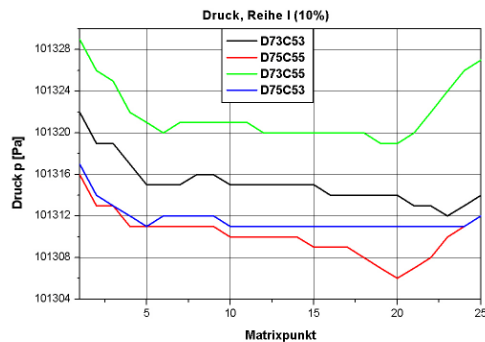


Abbildung 6.26: Druck p, Punktelinie I, 10%

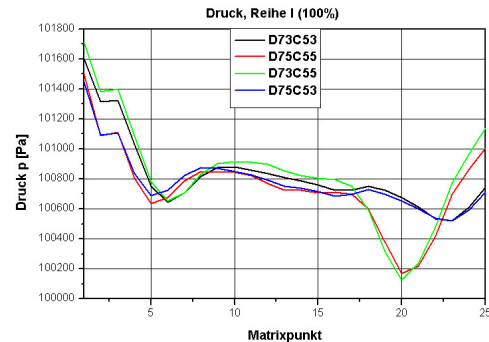


Abbildung 6.27: Druck p, Punktelinie I, 100%

mittelbar hinter der Schaufel (Punktelinie (I)) ein wellenförmiger Verlauf dieser Geschwindigkeitskomponente zu erkennen ist. Ausnahme sind die Parametervariationen $D75C55$ und $D73C55$, bei denen besonders am Maß C eine beschleunigte Hauptströmung zu verzeichnen ist. Dieses Verhalten zeigt sich über dem gesamten Durchflussbereich. Der Einfluss der Kanten im Nachlaufbereich ist sehr gut entlang der Punktelinie (V) zu erkennen. Die Kurven zeigen einen w-förmigen Verlauf, wobei wiederum die Kurven $D75C55$ und $D73C55$ an der Kante C besonders stark beschleunigt werden. Die Kurvenverschiebung von 2 - 3 Matrixpunkten aufgrund der unterschiedlichen Überdeckung ist auch hier zu erkennen. Unmittelbar vor den Stirnflächen des Nachlaufs wird die u -Komponente Null, da die Strömung dann eine Abwärts- (Kante D) bzw. eine Aufwärtsbewegung (Kante C) macht. Die Bewegung in Richtung der v -Komponente zeigt sich in den Diagrammen 7.59 bis 7.64 unabhängig von der Stelle der Punktelinien. Entsprechend des Koordinatensystems beschreibt eine negative v -Komponente eine Abwärtsbewegung und eine zunehmende v -Komponente eine Aufwärtsbewegung. Die Strömungen bewegen sich im Bereich der jeweiligen Überdeckungen aufeinander zu. Das zeigt der global betrachtete Verlauf der nach links gekippten Kurven. Im Bereich der Matrixpunkte 1 -5 wird die Strömung in Richtung der Rotationsachse beschleunigt und bei den Matrixpunkten

20 - 22 bewegt sich die Strömung aufwärts. Hier ist eindeutig festzustellen, dass im Bereich großer Überdeckung ($D = 73\text{ mm}$ und $C = 55\text{ mm}$) dieser Auf - und Abwärtsbewegung besonders stark ist.

Die Vektorkomponente w beschreibt die Bewegung in Rotationsrichtung. Sie ist ein Maß für den Drall und sie ist positiv, wenn sich die Strömung entgegengesetzt der Rotationsrichtung bewegt (und umgekehrt). Die dazugehörigen Diagramme 7.65 bis 7.70 zeigen, dass sich im Bereichung der Überdeckung die Strömung in Rotationsrichtung dreht. Sehr gut ist zu erkennen, dass in Nähe der Schaufelhinterkante (Punktlinie (I)) die Strömungsbewegung in Richtung der Rotationsachse ist, aber in Kantennähe (Maß D) sich die Strömung entgegengesetzt bewegt. Das ist das typische Verhalten eines Wirbels. Dieses Strömungsverhalten an der hinteren Schaufelkante wurde in der Arbeit von [8], Abbildung 6.30 mit CFD simuliert. Die Simulationsergebnisse der vorliegenden bestätigen nochmals diesen Effekt, welcher wichtig ist für die nachfolgenden Ausführungen. Über dem gesamten Durchfluss zeigt sich dieses Verhalten besonders an der Kante C und bei den Parametervariationen $D73C55$ und $D75C55$. In diesem Bereich ist die Rotationsgeschwindigkeit bei $C = 55\text{ mm}$ und der Punktlinie (V) über dem gesamten Durchflussbereich annähernd doppelt so groß, als bei der niedrigeren Überdeckung ($C = 53\text{ mm}$). Mit zunehmenden Volumenstrom kippen die Kurven nach links und zeigen somit zusätzlich, dass die absolute Drehgeschwindigkeit an der Kante C größer als die an der Kante D ist. Das ist ebenfalls entgegen der Erwartung, dass durch die hohe Schaufelspitzengeschwindigkeit auch eine hohe Drehgeschwindigkeit erwartet wird. Zusammenfassend gilt, je größer die Überdeckung desto größer ist der erzeugte Wirbel bzw. die erzeugte Turbulenz.

In den Abbildungen 6.26 und 6.27 ist der Druckverlauf äquivalent zu den Verläufen der Wirbelfrequenz und den Geschwindigkeitsverläufen dargestellt. Auffällig ist, dass mit zunehmenden Volumenstrom der Druck in Abhängigkeit von

den Geometrievariationen weniger differiert, die Kurven zusammenfallen. Bei 10% von Q_{max} herrscht im Radseitenraum der Geometrievariation $D73C55$ ein größerer Druck. Es ist zu erkennen, dass das Maß C in diesem Fall einen geringen Einfluss auf die Höhe des Drucks hat, da die Kurve $D75C55$ den niedrigsten Druck aufweist, obwohl ebenfalls $C = 55mm$ ist. Entlang der Reihe I fällt besonders an der Kante C der Kombination $D75C55$ der Druck besonders stark ab. Der Einfluss des Maßes C wirkt bis auf den Rotor zurück und beeinflusst somit auch dessen mechanisches Verhalten. Mit zunehmenden Abstand vom Rotor (Punktlinie V) nehmen die Druckverläufe einen w-förmigen Verlauf an. Der Einfluss der beiden Kanten wirkt hier besonders stark. Durch die an den Kanten entstehenden Wirbel entstehen lokale Druckänderungen. Mit steigendem Durchfluss steigen auch die Druckdifferenzen. Im Bereich von 10% bis 25% von Q_{max} vollzieht sich eine plötzliche Änderung der Druckverhältnisse, da der Druck von $D73C55$ (Kurve $D73C55$) nicht mehr am größten ist und hier die Druckdifferenzierung besonders stark ist. In Zusammenhang mit der Kurve $D75C55$ wird der große Einfluss des Maßes C sehr deutlich. Mit zunehmenden Volumenstrom zeigt sich, dass sich eine zu kleine Düse ungünstig auf den Druckverlauf auswirkt. Bei maximalem Durchfluss verlaufen die Kurven $D75C55$ und $D73C55$ im Rotornabenbereich annähernd deckungsgleich. Im mittleren Bereich (100% zwischen Punkten 8 - 16) liegt der Druck der Variation $D73C55$ deutlich über der Kurve $D75C55$. Die weiteren Druckverläufe bei 10%, 25% und bei Q_{max} befinden sich im Anhang.

Ein Teil der Hauptströmung durch den Rotor und die Kante C bewirken einen Druckanstieg im Nabenraum zwischen Messwerk (Nachlauf) und Rotornabe. Die Beispielabbildungen 6.28 und 6.29 zeigen den Druckverlauf auf der Schnittebene entlang der Rotationsachse durch den Rotor. Die Druckverläufe für die Parametervariationen bei 25% und bei Q_{max} befinden sich im Anhang. Die Strömungsrichtung ist von rechts nach links. Bereits bei einem Volumenstrom von

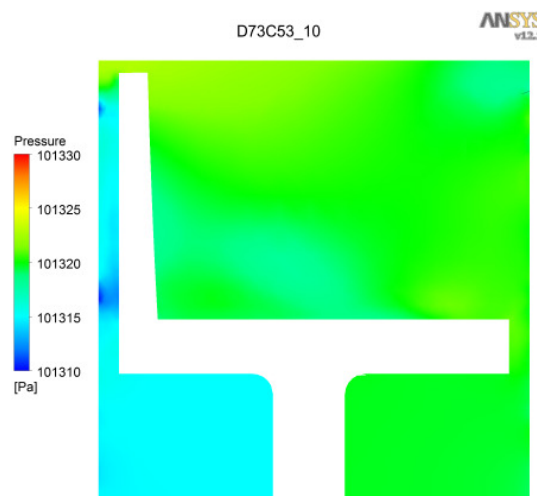


Abbildung 6.28: Druckverteilung bei 10% von Q_{max}

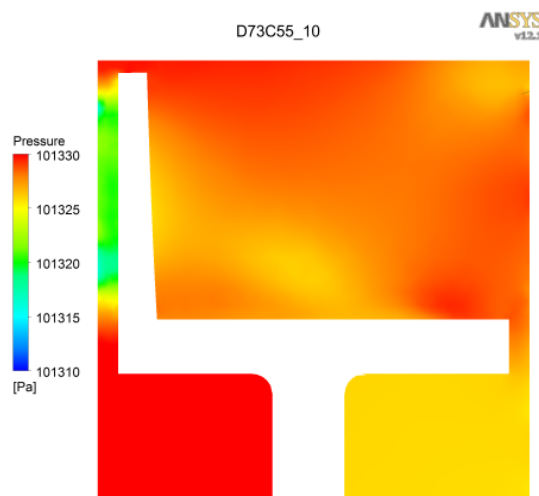


Abbildung 6.29: Druckverteilung bei 10% von Q_{max}

10% von Q_{max} vergrößert sich der Druck im Nabendraum auf der Abströmseite, wobei die Druckdifferenzen noch minimal sind. Es kann gezeigt werden, dass die Kante C einen sehr großen Einfluss auf die Druckverhältnisse hat. Bei gleichem Maß D aber verändertem Maß C sind größeren Druckdifferenzen vorhanden, als bei verändertem Maß D und konstantem Maß C . Mit zunehmenden Volumenstrom steigt auch die Differenzierung des Druckfeldes und der Kanteneinfluss des Maßes C . Sehr gut ist das in der Grafik 7.80 zu erkennen, wo es ein großes Gebiet mit niedrigem Druck im unteren Abströmbereich am Maß C gibt. Die verschiedenen Druckverhältnisse bewirken auch unterschiedliche Reibmomente auf der Rotor, wobei im Bereich höherer Drücke die Schubspannungen zunehmen, das Reibmoment also größer ist.

Wie gezeigt werden entstehen zwei (bei Überdeckungen C und D) sich aufeinander zubewegende Wirbelsysteme mit gleicher Drehrichtung, aber verschiedenen Rotationsgeschwindigkeiten. Der Wirbel an der Kante C dreht annähernd doppelt so schnell. Dieser sich schneller drehende Wirbel erklärt auch, warum die Komponenten u und v ebenfalls größer sind. Durch die stärkere Rotation be-

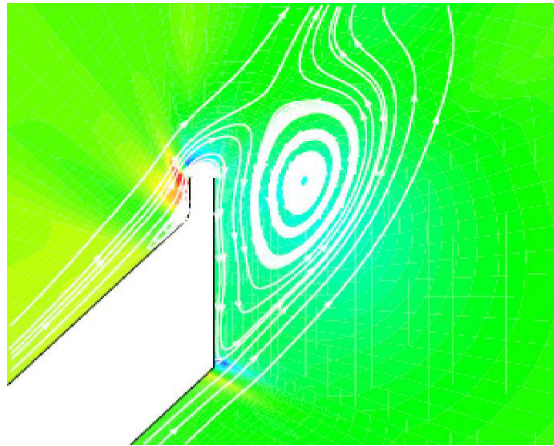


Abbildung 6.30: Beispiel eines Ablösewirbel an der Abströmkante eines Rotorblattes

wegt sich das rotierende Strömungsfeld auch schneller aufwärts in y - Richtung und die Strömung wird an der Kante C in die Düse hineinbeschleunigt.

Für ein schnelle und umfangreichere Beurteilung der Geschwindigkeitsverteilungen wurden Contourplots auf der Bilanzebene Outflow (entspricht Punktelinie (I)) und einer Ebene kurz vor dem Nachlauf (entspricht Punktelinie (V)), sowie in einer auf der Rotationsachse stehenden Ebene (Ebende der Punktematrix) angefertigt. Die beiden Ebenen liegen $0,8\text{ mm}$ auseinander und die Ebene im Vollschnitt verläuft mittig durch die Abströmkante eines Rotorblattes. Die Abbildungen 7.38 und 7.44 veranschaulichen dies.

Die Contourplots der Strömungsfelder zeigen die oben beschriebene Effekt in anderer Form. Besonders gut ist das sehr große und starke Turbulenzgebiet an der Kante C bei großer Überdeckung ($C = 55\text{ mm}$) auf der Contour 2 zu erkennen. Bei großem Volumenstrom entsteht ein entgegengesetzt wirkende Wirbelschleppe, welche bis mindestens des halben Schaufelabstandes reicht, s. Abbildungen 7.40 und 7.42. Große Turbulenzgebiete an der oberen Kante D sind nicht so stark ausgeprägt. Bei 10% vom Volumenstrom sind schon erste Turbulenzgebiete an der Schaufelspitze und im Bereich des Schaufelfusse zu erkennen. Steigt der Volumenstrom, also auch die Drehzahl des Rotors, ent-

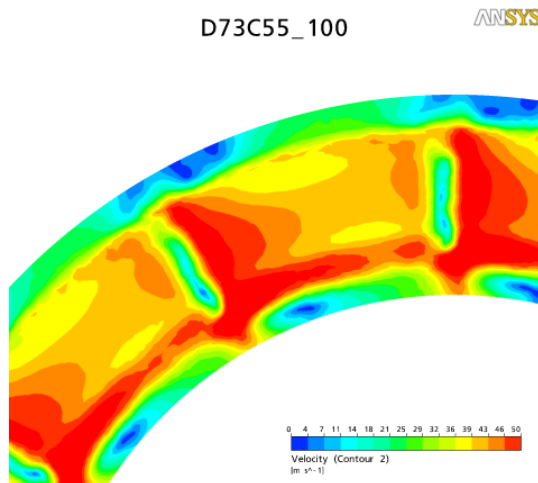


Abbildung 6.31: D73C55, 100%, Geschwindigkeit vor Nachlauf

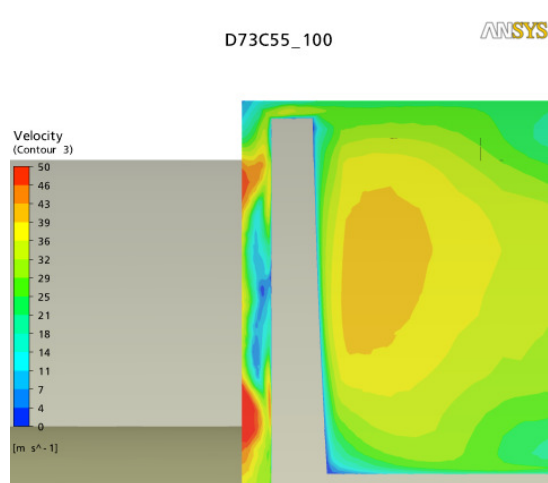


Abbildung 6.32: D73C55, 100%, Geschwindigkeit im Spalt

stehen überproportional schneller Turbulenzen an der unteren Kante C . Ein kleiner Sekundärwirbel entsteht bei großer Turbulenz an der Kante C durch Überlagerung des großen Kantenwirbels mit der Nachlaufströmung unmittelbar hinter der Rotorscheufel, s. besonders Abbildung 7.44. Ein interessanter Effekt lässt sich in der Schnittdarstellung entlang der Rotationsachse erkennen, s. z.B. Abbildung 7.43. Dort entsteht wie erwartet ein Blattspitzenwirbel zwischen der Stirnfläche des Rotorblattes und der Deckfläche um den Rotor. Mit steigendem Volumenstrom bildet sich ein stärkerer Blattspitzenwirbel, dieser bei geringerer Überdeckung ($D = 75\text{ mm}$) mit dem Kantenwirbel beim Maß D zusammenläuft. Die Radseitenraumströmung in Turbomaschinen ist äußerst komplex und Gegenstand vieler Veröffentlichungen.

Im Überdeckungsraum an der Kante C entsteht ein besonders großes Turbulenzgebiet, obwohl dort die Winkelgeschwindigkeit geringer ist als an den Schaufelspitzen und dem Überdeckungsraum an der Kante D . Eine großer Einfluss in Radseitenraumströmungen spielen diejenigen Oberflächen, welche

sehr nah zueinander angeordnet sind. Zusätzlich existiert eine große Geschwindigkeitsdifferenz, da sich oft eine Fläche relativ zu einer anderen stehenden Fläche bewegt. Bei Radialkreislumpen dreht sich die besonders großflächige Deckscheibe des Pumpenrades mit hoher Geschwindigkeit sehr nah an der Wand des Pumpengehäuses. Dadurch entstehen im Radseitenraum bedeutende hydraulische Verluste. Leicht nachzuvollziehen ist der Einfluss der Größe der Fläche auf die Verluste bzw. die Reibung im Radseitenraum. *Je größer die sich gegeneinander drehenden Flächen sind, desto höher ist die Turbulenz und die daraus resultierenden Verluste.* Als Beispiel für auftretenden Reibungseffekte im Spalt zwischen zwei rotierenden Flächen, sind die Taylorwirbel (entdeckt und formuliert 1923 von G. I. Taylor, 1886 - 1975). In Flugzeugtriebwerken dreht sich die lange Turbinenwelle mit sehr hoher Drehzahl in einer Hohlwelle. Wenn sich die Mantelflächen der zwei Zylinder mit hoher Drehzahldifferenz drehen entstehen sogenannte Taylorwirbel, wenn sich der innere Zylinder bewegt. Diese besonderen Wirbel hängen von der Dichte ρ des Mediums ab, in dem sich die Wellen drehen, der Drehgeschwindigkeit Ω , der kinematischen Viskosität η und dem inneren r_i und äußeren Radius r_a ab. Gemäß der Gleichung 6.1 entstehen ab einer Taylorzahl von 41 Taylorwirbel. Taylorwirbel sind Wirbelringe, welche sich entlang der Rotationsachse in regelmäßigen Abstand ausbilden. Sie bewegen sich nicht entlang der Drehachse.

$$Ta = \frac{\rho \cdot \Omega}{\eta} \cdot \sqrt{r_i} \cdot (r_a - r_i)^{1.5} \quad (6.1)$$

Es zeigt sich, dass in einem Turbinenradgaszähler die Stirnflächen des Nachlaufs und die entgegenrichtete Stirnfläche des Rotors im abströmseitigen Verlauf zueinander drehen. Dabei wirken aber nur diejenigen Flächen, die sich auch überdecken, dort entsteht Reibung. An der Kante D wirkt nur die rückseitige Fläche der Schaufel, wobei an der Kante C zusätzlich die Kantenfläche der Rotornabe Reibung erzeugt. Die Reibfläche an der unteren Kante ist so-

mit vielfach größer als an der oberen Kante und erzeugt demnach eine vielfach größere Turbulenz durch größere Reibung. Zusätzlich können die erzeugten Turbulenzgebiete bei einer großen Überdeckung nicht genügend gut mit der Hauptströmung mitbewegt werden. Am Maß C wird durch die Rotornabe zu jedem Zeitpunkt Turbulenz generiert, während an der oberen Kante durch die Schaufelteilung der Abstand zwischen zwei Schaufeln für die Turbulenzdissipation verwendet wird. Bei $C = 55\text{ mm}$ trifft ausserdem die Hauptströmung stärker auf die Kante, weil die Strömungsgeschwindigkeit entsprechend der Geschwindigkeitsverteilung in Rohren und Kanälen zur Mitte hin größer wird. In der Praxis werden die bei Q_{min} ansteigenden Fehlerkurven durch Variation des Düsendurchmessers korrigiert und durch Vergrößerung des Maßes C kann die ansteigende Fehlerkurve um den Drehpunkt Q_{max} entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn gedreht werden. Vorwiegend wird aber das Maß D dazu verwendet, weil durch Änderung des Maßes C der Axialkraftausgleich unerwünschterweise verändert wird [82]. Die berechneten Momentenbeiwertkurven zeigen dieses Verhalten ebenfalls und bestätigen den in der Realität beobachteten Effekt.

6.3 Drehzahlkorrektur

Durch die Fehlerkurve eines realen Turbinenradgaszähler kann beurteilt werden, ob der Zähler einen zu großen (positiver Messfehler) oder einen zu geringen Volumenstrom (negativer Messfehler) anzeigt. Besonders auffällig ist ein überproportionaler Anstieg der Fehlerkurve bei abnehmenden Volumenstrom im Bereich von 10% bis 25% von Q_{max} . Ursache ist, dass die axialen Lagerkräfte durch den sinkenden Durchfluss ebenfalls abnehmen. Das Laufrad dreht dann leichter bzw. schneller und bewirkt eine zu große Anzeige. Wird der Durchfluss noch geringer, fällt die Fehlerkurve sehr steil ab, weil die Strömungskräfte die mechanischen Kräfte (Roll - und Gleitreibung der Lager) nicht mehr überwinden

kann. Die Drehzahl des Turbinenrades fällt und der Messfehler wird negativ. In der vorliegenden Arbeit wurden die auftretenden Lagerkräfte in den “Numerischen Prüfstand” implementiert, um den obengenannten Effekt mit abzubilden. Der Ergebnisse werden somit realistischer.

In Abbildung 6.33 ist dargestellt, wie sich die simulierten Kurven ändern, wenn die Drehzahlen entsprechend dem obigen Zusammenhang angepasst wurden. Die Ursprungskurve liegt bei 10% im Minus, bei 25% und 40% im Plus. Die drehzahlkorrigierte Kurve ergibt sich durch Simulation, wenn die Drehzahlen folgendermaßen geändert wurden:

- bei 10%: von $n = 1020 \text{ s}^{-1}$ auf $n = 1040 \text{ s}^{-1}$
- bei 25%: von $n = 2550 \text{ s}^{-1}$ auf $n = 2510 \text{ s}^{-1}$
- bei 40%: von $n = 4070 \text{ s}^{-1}$ auf $n = 4040 \text{ s}^{-1}$

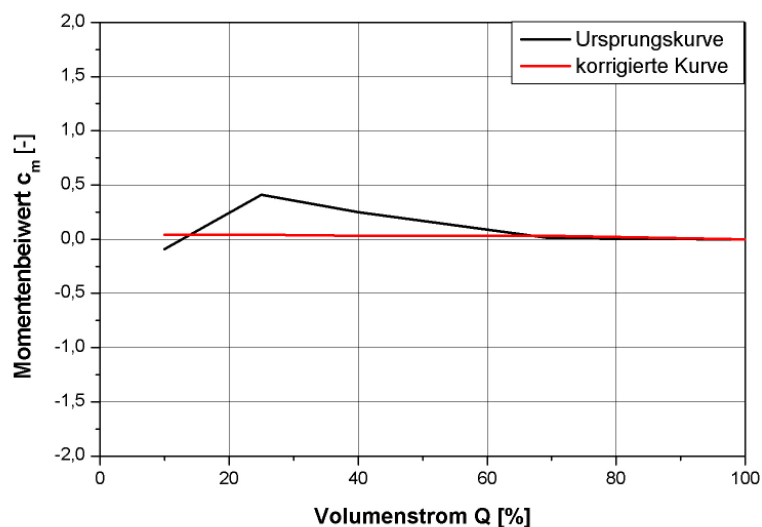


Abbildung 6.33: Anstieg der Kurven nach einer Drehzahlkorrektur

Es wird somit gezeigt, dass der vorgestellte “Numerische Prüfstand” den Zusammenhang eines zu schnell oder zu langsam drehenden Rotor abbilden kann.

6.4 Simulation OIML-Vorstörung

Ein Turbinenradgaszähler muss auch bei sehr ungünstiger Anströmung ein hinreichend gutes Messverhalten aufweisen. In der Technischen Geräterichtlinie G 13 der PTB [84] werden standardisierte Vorstörungsuntersuchungen beschrieben. In dieser Empfehlung sind Prüfungen mit einem Raumkrümmer der nächst kleineren Nennweite und zwar als leichte Vorstörung (mild disturbance oder low-level) und als starke Vorstörung (severe disturbance oder high-level) vorgesehen. Die leichte Vorstörung ist repräsentativ für einen Raumkrümmer in der Zählernennweite, die starke Vorstörung soll repräsentativ für ein Gas-Druckregelgerät sein.

Für eine weitere Überprüfung des "Numerischen Prüfstandes" wurde eine High - Level Vorstörung durch eine in Abbildung 6.34 dargestellte Rohrkonfiguration durchgeführt. Die Anströmung erzeugt bezogen auf die Durchflussrichtung einen starken Linksdrall. Die Simulation wurde ebenfalls in dieser Konfiguration durchgeführt. Ein Linksdrall der Anströmung bewirkt bei einem rechtsdrehenden Rotor eine Bremswirkung und der Messfehler verschiebt sich dadurch ins Minus. Ein Rechtsdrall treibt den Rotor zusätzlich und verschiebt den Messfehler ins Positive.

Die rote Ursprungskurve verschiebt sich durch den Linksdrall wie erwartet in den negativen Bereich. In der Realität verschiebt sich durch die Vorstörung die Fehlerkurve parallel und weniger stark. Im vorliegenden Fall reichte die Knotendichte (Anzahl der Knoten pro Volumeneinheit) nicht aus, um eine genügend genaue Simulation durchzuführen. Dennoch kann gezeigt werden, dass der "Numerische Prüfstand" auch den Effekt einer Vorstörung abbilden kann.

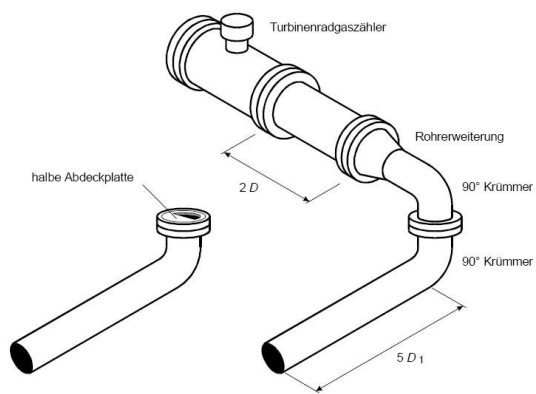


Abbildung 6.34: Rohrkonfiguration nach OIML,
Linksdrall

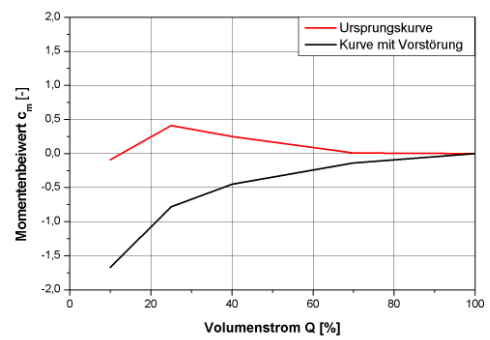


Abbildung 6.35: Kurvenverlauf mit Drallströmung

7 Zusammenfassung und Ausblick

Die heutige Energieversorgung Deutschlands basiert zu einem großen Teil auf Erdgas. Viele Milliarden Kubikmeter dieses wertvollen Energieträgers strömen entlang der Energieversorgungskette. Zwischen den einzelnen Gliedern dieser Kette müssen die Mengen zur Abrechnung und Kontrolle erfasst werden. Die Erfassung dieser Volumenströme wird sehr oft mit einem Turbinenradgaszähler durchgeführt, welcher preisgünstig und robust ist und über einen großen Einsatzbereich eingesetzt werden kann. Jedes Messgerät hat einen spezifischen Messfehler aufgrund des verwendeten Messprinzips. Dieser Messfehler wird unter verschiedenen Betriebszuständen, z.B. bei verschiedenen Drücken, auf geeichten Prüfständen (z.B. Pigsar in Dorsten) aufgenommen. Das Messverhalten kann durch äußere Einflüsse variieren, z.B. drallbehaftete Anströmung. Die Untersuchung der Abhängigkeit der Messfehlerkurve von verschiedenen Parametern muss durch aufwendige und teure Prüfstandsmessungen durchgeführt werden.

In den vergangenen Jahren hat sich mit zunehmender Entwicklung der Computertechnik die Numerische Strömungssimulation (CFD) in der Praxis durchgesetzt. Die CFD kann die Strömungszustände in z.B. Turbinenradgaszählern berechnen und visualisieren. Diese Werkzeug hilft dem Entwicklungsingenieur ein vertieftes Verständnis der Strömung in einem TZR zu erhalten. Leider erhöht sich mit steigendem Anspruch an die Rechnungsgenauigkeit auch der Arbeits- und Zeitaufwand. In verschiedenen Veröffentlichungen wurde mit Hilfe der CFD untersucht, welche Parameter von Bedeutung sind und es wurden Vorarbeiten

im Bereich der Simulation von Turbinenradgaszählern geleistet.

In der vorliegenden Arbeit werden vorhandene Ergebnisse, besonders aus dem akademischen Laborbereich aufgegriffen, und unter praxisrelevanten Gesichtspunkten genutzt, um einen alltagstauglichen "Numerischen Prüfstand" zu entwickeln. Ziel ist es, eine Messfehlerkurve auf Basis des Momentenbeiwertes c_m in Anlehnung des Verlaufes einer realen Messfehlerkurve. Nach einer eingehenden Literaturrecherche und der Erarbeitung eines Überblicks über das Problemfeld wurde sich mit den theoretischen Grundlagen des TRZ beschäftigt. Es wird dort ausgeführt, dass es zwei grundsätzliche Theorien für die Betrachtung der Ursache des wirkenden Rotordrehmoments gibt: 1. Ansatz über den Impulsansatz (momentum approach) und 2. dem Profilansatz (airfoil approach). Die Idee und das Postulat dieser vorliegenden Arbeit ist, dass nicht beide Wirkprinzipien bzw. deren Ansätze getrennt wirken. Es besteht eine Überlagerung der Antriebsmomente durch Auftriebs- und Widerstandskräfte. Eine zweite Idee dieser Arbeit ist, dass die mechanischen Verluste durch Lagerreibung (Lagerung der Rotorwelle, Lager im Mess- und Zählwerk) berechnet werden und durch eine Korrektur in das Ergebnis einfließen. In der vorliegenden Arbeit werden die beiden Ansätze (Impuls- und Profilansatz) zusammengeführt und das Ergebnis ist eine analytische Beschreibung des Momentenbeiwerts in Abhängigkeit von mehreren Parametern. Die beiden wichtigsten Eingangsparameter sind die Geschwindigkeiten unmittelbar vor und hinter dem Rotor.

Das Bewusstsein über die Grundlagen der numerischen Strömungssimulation ist von großer Bedeutung und wird daher ebenfalls in der vorliegenden Arbeit kurz dargestellt. Von großer Bedeutung ist das verwendete Turbulenzmodell, hier das SST - Modell. Die vorliegende Arbeit veröffentlicht erstmals CFD - Ergebnisse für einen Gaszähler in dieser Nennweite, welcher in vollem Umfang von 360° berechnet wurde. Die stationäre Simulation von verschiedenen Parametervariationen der Düse im Nachlauf hat als Ergebnis den Strömungszustand in jedem

Knotenpunkt des Rechnernetzes. Für die Auswertung der Berechnung wurden die Bilanzebenen aus der Theorie aus 10^6 Punkten gebildet und darauf die resultierende Gesamtgeschwindigkeiten berechnet. Mit den Simulationsergebnissen können Momentenbeiwerte über dem Volumenstrom aufgetragen werden. Der Vergleich der berechneten und gemessenen Kurven (s. Kapitel 5) zeigen eine gute Übereinstimmung und können somit zur Beurteilung des Einfluss von verschiedenen Geometrieparametern verwendet werden. Für die Überprüfung des Verhaltens des "Numerischen Prüfstandes" wurden zwei weitere Tests durchgeführt. Ein positiver Messfehler bedeutet ein zu schnell drehendes Turbinenrad. Am Beispiel einer errechneten Momentenbeiwertkurve wurde überprüft, wie sich der Berechnungsalgorithmus verhält. Im "Numerischen Prüfstand" wurde bei 10% die Drehzahl erhöht und bei 25% und 40% die Drehzahl verringert. Dadurch konnte die Kurve auf Null gelegt und somit bewiesen werden, dass der entwickelte Prüfstand diesen Effekt berücksichtigt. Eine weitere Überprüfung wurde durch eine linksdrehende starke Vorstörung durchgeführt. Ein Linksdrall bewirkt bei einem rechtsdrehenden Turbinenrad eine Bremswirkung und ein Absinken des Messfehlers. Auch hier zeigt der "Numerische Prüfstand" das richtige Verhalten und dadurch seine Funktionsfähigkeit.

Für die Auswertung der Momentenbeiwertkurven und die Untersuchung der Gründe für deren unterschiedlichen Verlauf wurden 125 Matrixpunkte in einer Ebene im Radseitenraum zwischen Abströmkante eines Rotorblattes und den Stirnflächen des Nachlaufs gelegt. Es wurden fünf Reihen mit jeweils 25 Punkten definiert. Für die Auswertung dienten die Punktelinien kurz hinter dem Rotorblatt und dem Nachlauf. Entlang dieser beiden Linien wurden zu jedem Matrixpunkt die Wirbelfrequenz, sowie die drei Strömungsvektoren (u, v, w) analysiert. Für eine großflächige Visualisierung wurden abschliessend Contourplots des resultierenden Geschwindigkeit auf zwei Flächen angefertigt. Die gesamte Radseitenströmung wurde in dieser Arbeit nicht untersucht.

Die vorliegende Arbeit beinhaltet folgende wichtige Ergebnisse und Erkenntnisse:

1. Das Postulat der Superposition der bisherigen Berechnungsansätze ist für die Untersuchung der Turbinenradumströmung gültig, wobei der Einfluss des Auftriebes gering ist.
2. Die Strömungszustände und Berechnungsergebnisse hängen von dem Quotienten der Strömungsgeschwindigkeiten am Eintritt und dem Austritt des Rotors ab. Im verlustfreien Strömungszustand müssen die Geschwindigkeiten gleich gross sein. Der "Numerische Prüfstand" kann dieses Verhalten in den errechneten Kurven abbilden.
3. Die Verwirbelungen dissipieren Energie und verringern dadurch die resultierende Geschwindigkeit, lassen den Geschwindigkeitsquotienten kleiner und den Momentenbeiwert steigen.
4. Große Momentenbeiwerte entstehen bei großer Turbulenz im Radseitenraum, welche besonders an den Kanten C und D entsteht.
5. Die Turbulenzgebiete wirken auf den Rotor zurück und beeinflussen die Drehzahl.
6. Bei großer Überdeckung entstehen auch größere Wirbel.
7. Der Parameter C hat einen größeren Einfluss als das Maß D . Durch die größeren gegeneinander rotierenden Flächen entsteht ein sich etwa doppelt so schnell drehender Wirbel in Rotationsrichtung, als bei geringer Überdeckung.
8. Die Parametervariation $D75C53$ zeigt den geeignetsten und die Variation $D73C55$ den ungünstigsten Kurvenverlauf. Entsprechend der Abbildung 6.14 zeigt sich, dass die große Einschnürung bei $D73C55$ und die größere

Störung der Hauptströmung ungünstig sind. Ein großer lichter Durchmesser erleichtert das Abströmen in die Düse und mindert die Turbulenz an den Düsenkanten.

9. Das Absinken der Kurven bei steigendem Maß C kann in der Praxis ebenfalls beobachtet werden. Die "Numerische Prüfstand" kann das Verhalten der Messfehlerkurven demnach ebenfalls abbilden.
10. Der "Numerische Prüfstand" berücksichtigt das Kurvenverhalten bei beschleunigter bzw. verzögerter Rotation.

Es wurde gezeigt, dass die Turbulenz negativen Einfluss auf das Betriebsverhalten des Turbinenradgaszählers hat. Für eine Verbesserung des bestehenden Designs wird unter der Berücksichtigung eines notwendigen Axialkraftausgleichs empfohlen, die Kanten der Maße C und D mit Radien zu versehen. Ein weiterer Effekt bringt die Verringerung der Oberflächenrauigkeiten der sich gegeneinander drehenden Stirnseiten.

In Zukunft müssen wie in allen Bereichen der eingesetzten CFD mit der hoffentlich leistungsfähiger geworden Computertechnik die Simulationsergebnisse verbessert werden. Im vorliegenden Fall müssen weitergehende Untersuchungen im unteren Durchflussbereich gemacht werden. Ein erster Schritt wäre der Wechsel des verwendeten Turbulenzmodells und eine Verbesserung der Netzqualität in Bereichen, in denen neue Erkenntnisse gewonnen wurden.

Anhang

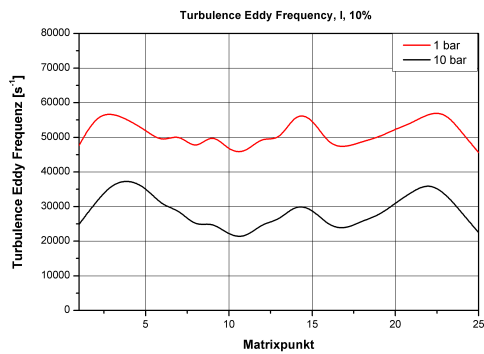


Abbildung 7.1: Turbulenzfrequenz bei 10%
Durchfluss an hinteren Rotorkante

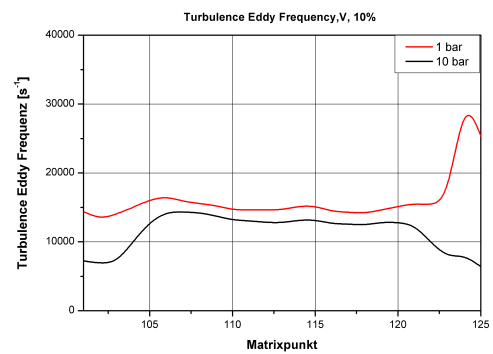


Abbildung 7.2: Turbulenzfrequenz bei 10%
Durchfluss an Nachlaufkante

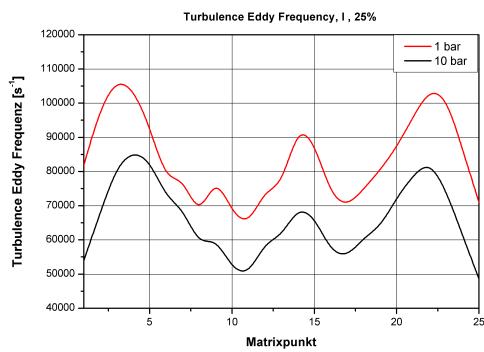


Abbildung 7.3: Turbulenzfrequenz bei 25%
Durchfluss an hinteren Rotorkante

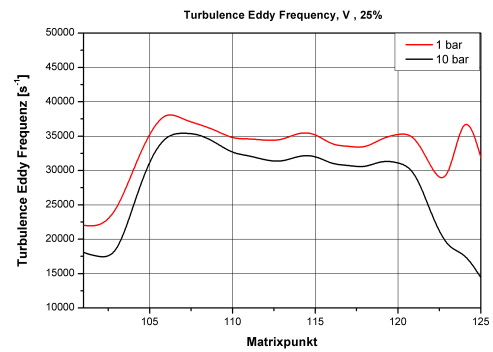


Abbildung 7.4: Turbulenzfrequenz bei 25%
Durchfluss an Nachlaufkante

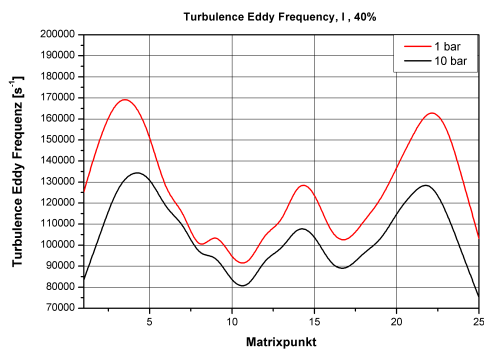


Abbildung 7.5: Turbulenzfrequenz bei 40%
Durchfluss an hinteren Rotorkante

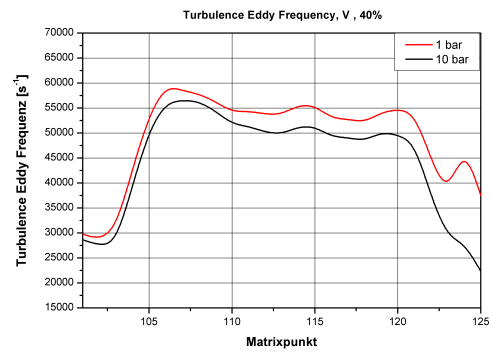


Abbildung 7.6: Turbulenzfrequenz bei 40%
Durchfluss an Nachlaufkante

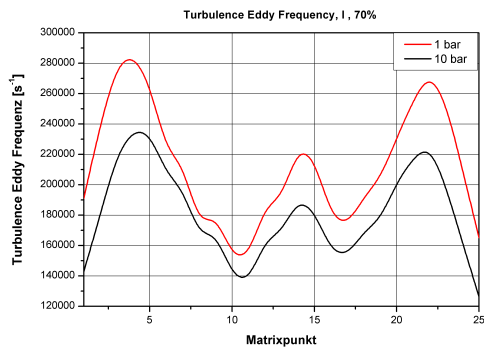


Abbildung 7.7: Turbulenzfrequenz bei 70%
Durchfluss an hinteren Rotorkante

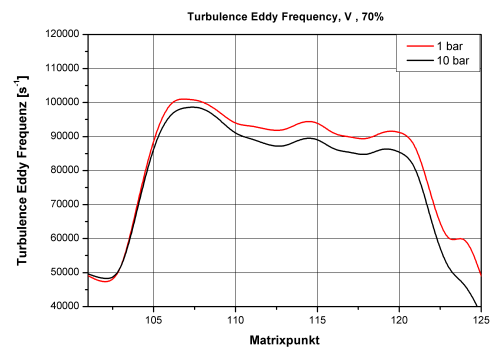


Abbildung 7.8: Turbulenzfrequenz bei 70%
Durchfluss an Nachlaufkante

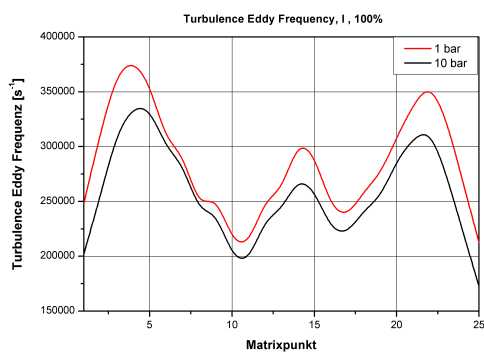


Abbildung 7.9: Turbulenzfrequenz bei 100%
Durchfluss an hinteren Rotorkante

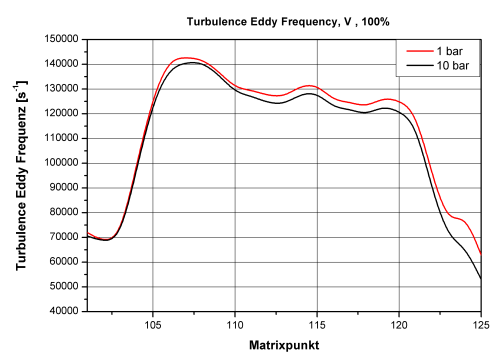


Abbildung 7.10: Turbulenzfrequenz bei 100%
Durchfluss an Nachlaufkante

D73C53_10

ANSYS

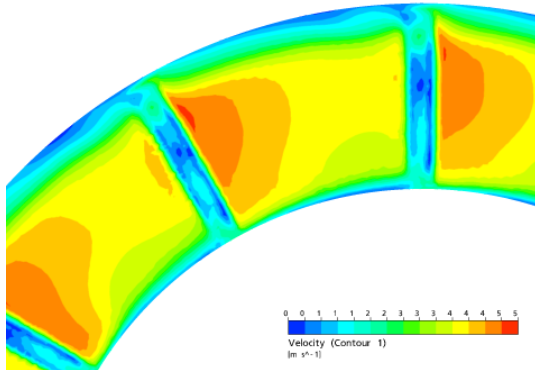


Abbildung 7.11: D73C53, 10%, Geschwindigkeit
Outflow

D73C53_10

ANSYS

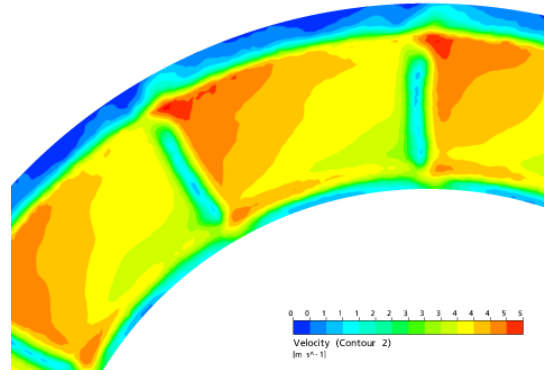


Abbildung 7.12: D73C53, 10% Geschwindigkeit
vor Nachlauf

D73C55_10

ANSYS

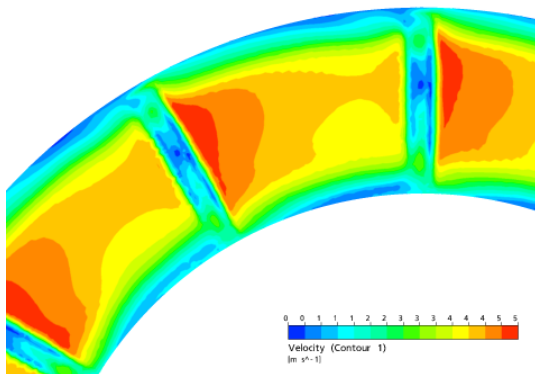


Abbildung 7.13: D73C55, 10%, Geschwindigkeit
Outflow

D73C55_10

ANSYS

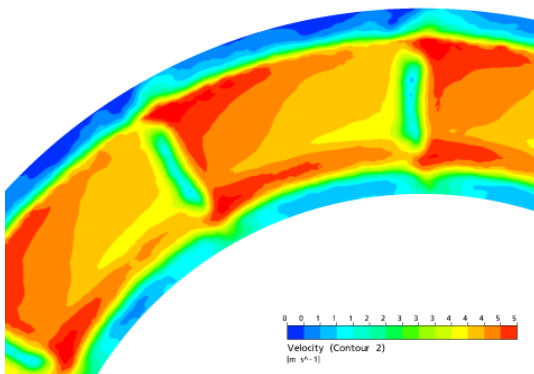


Abbildung 7.14: D73C55, 10%, Geschwindigkeit
vor Nachlauf

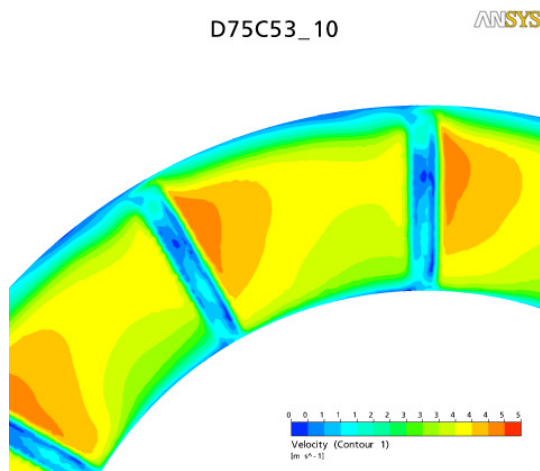


Abbildung 7.15: D75C53, 10%, Geschwindigkeit
Outflow

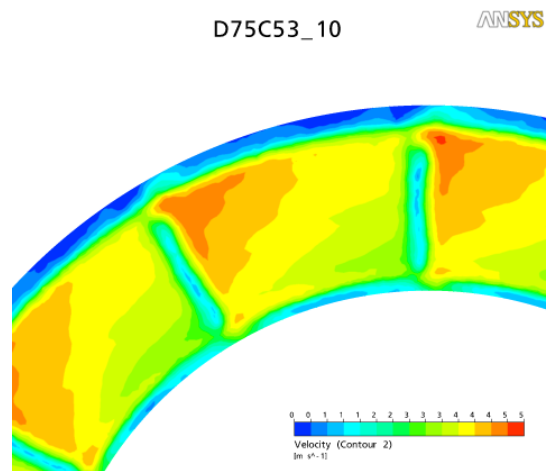


Abbildung 7.16: D75C53, 10%, Geschwindigkeit
vor Nachlauf

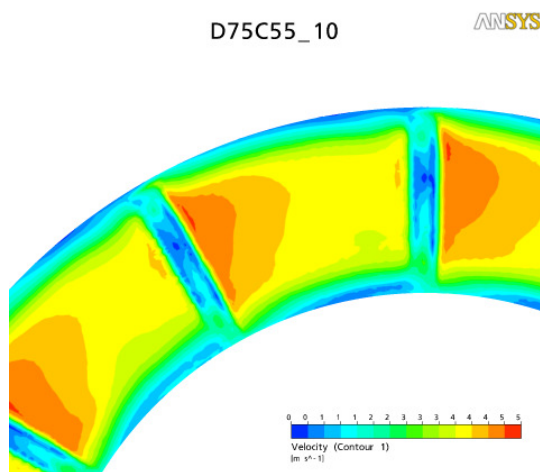


Abbildung 7.17: D75C55, 10%, Geschwindigkeit
vor Nachlauf

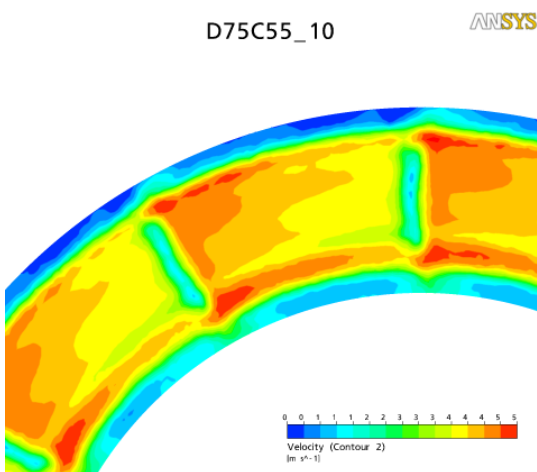


Abbildung 7.18: D75C55, 10%, Geschwindigkeit
vor Nachlauf

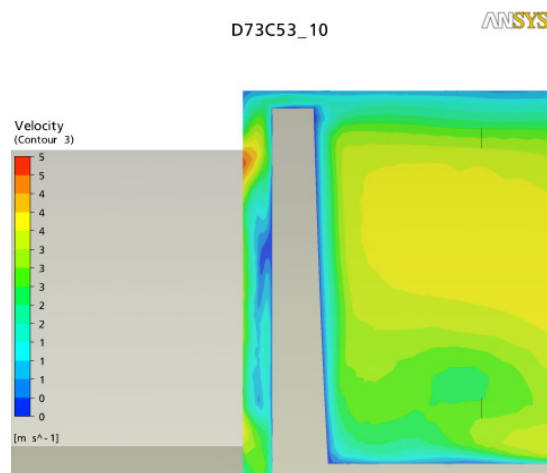


Abbildung 7.19: D73C53, 10%, Geschwindigkeit im Spalt

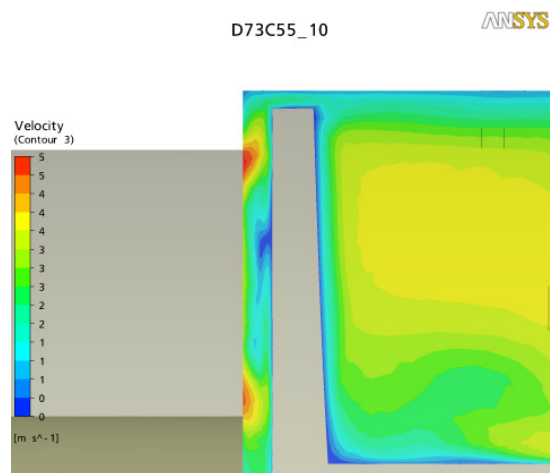


Abbildung 7.20: D73C55, 10%, Geschwindigkeit im Spalt

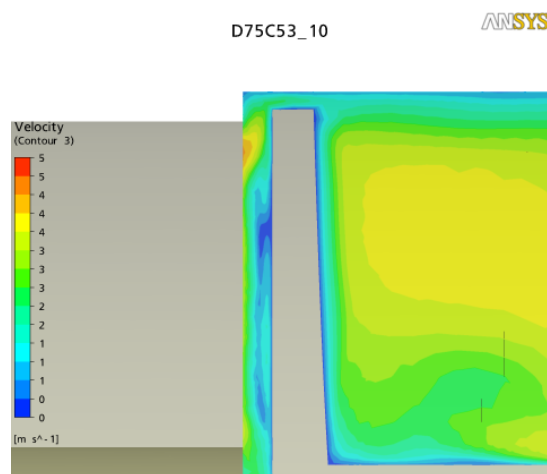


Abbildung 7.21: D75C53, 10%, Geschwindigkeit im Spalt

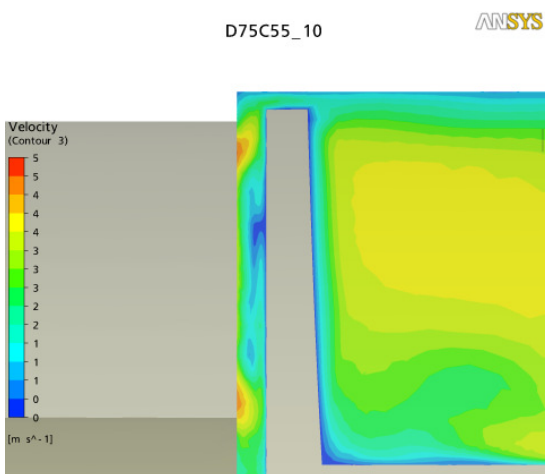


Abbildung 7.22: D75C55, 10%, Geschwindigkeit im Spalt

D73C53_25

ANSYS

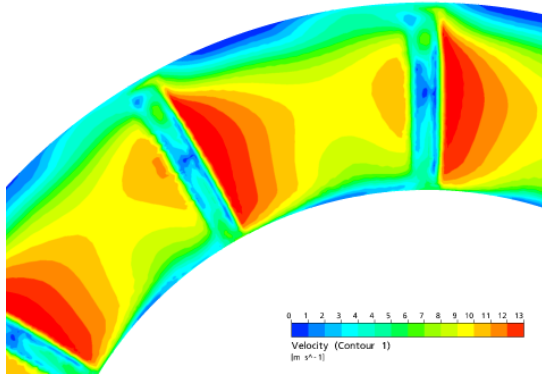


Abbildung 7.23: D73C53, 25%, Geschwindigkeit
Outflow

D73C53_25

ANSYS

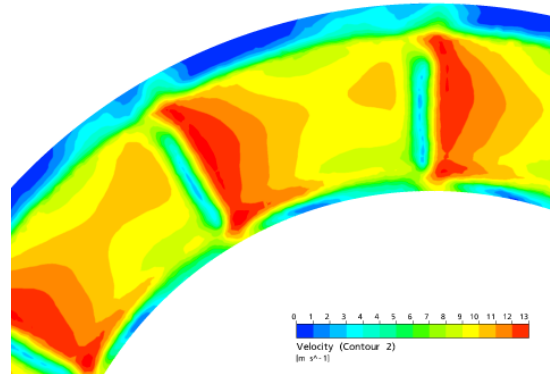


Abbildung 7.24: D73C53, 25% Geschwindigkeit
vor Nachlauf

D73C55_25

ANSYS

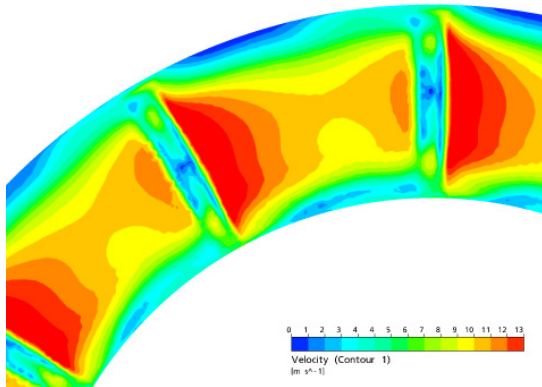


Abbildung 7.25: D73C55, 25%, Geschwindigkeit
Outflow

D73C55_25

ANSYS

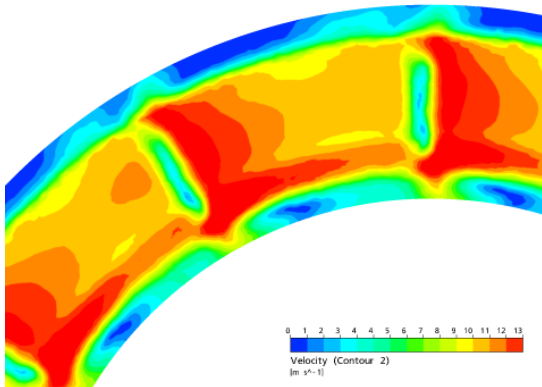


Abbildung 7.26: D73C55, 25%, Geschwindigkeit
vor Nachlauf

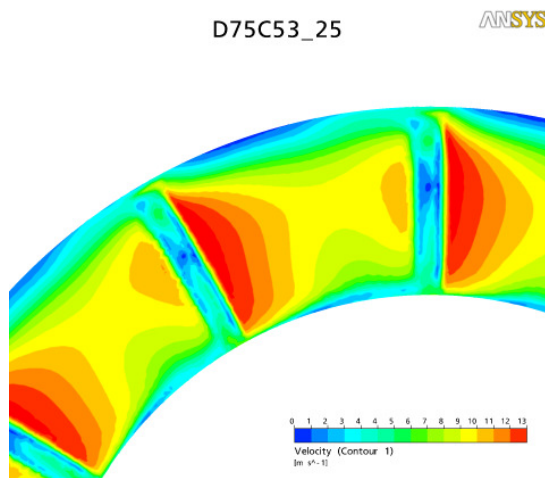


Abbildung 7.27: D75C53, 10%, Geschwindigkeit
Outflow

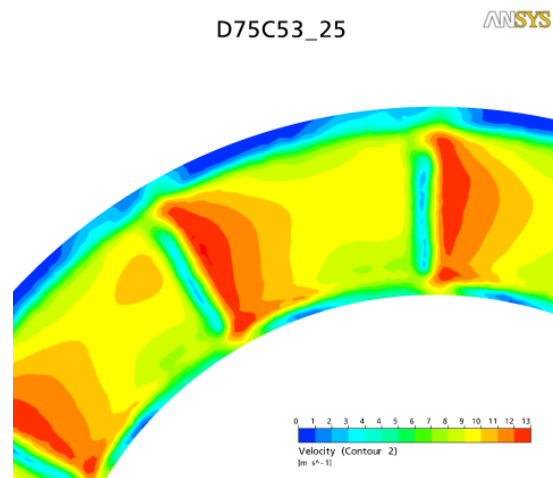


Abbildung 7.28: D75C53, 25%, Geschwindigkeit
vor Nachlauf

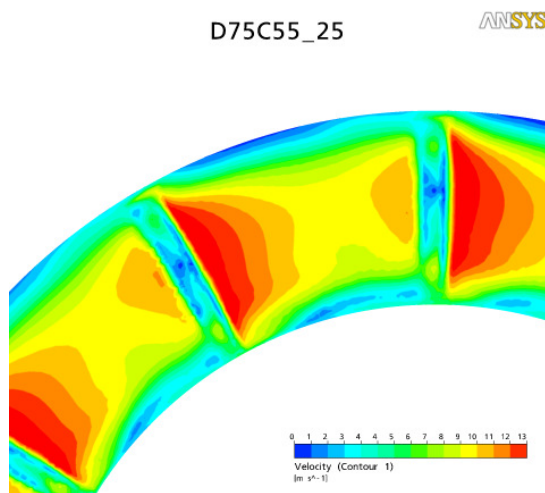


Abbildung 7.29: D75C55, 25%, Geschwindigkeit
vor Nachlauf

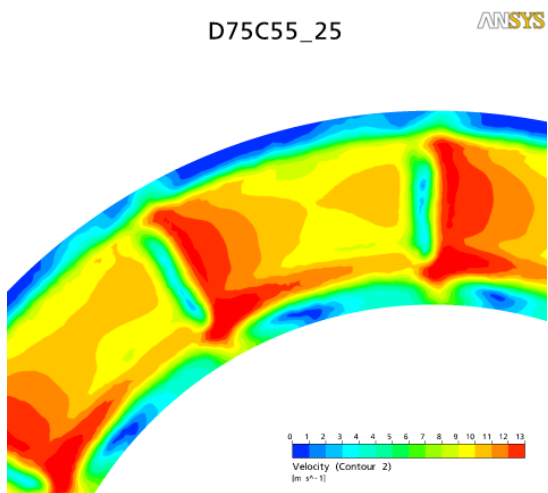


Abbildung 7.30: D75C55, 25%, Geschwindigkeit
vor Nachlauf

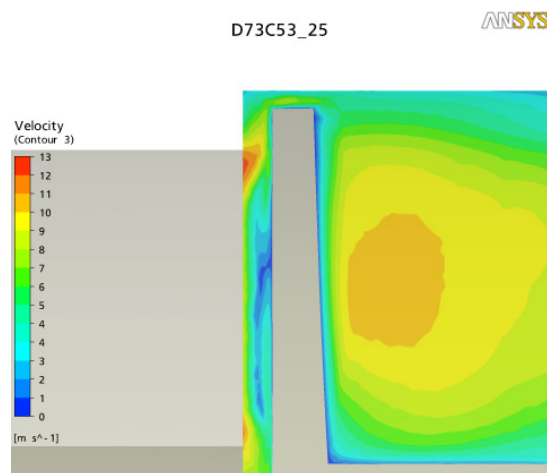


Abbildung 7.31: D73C53, 25%, Geschwindigkeit im Spalt

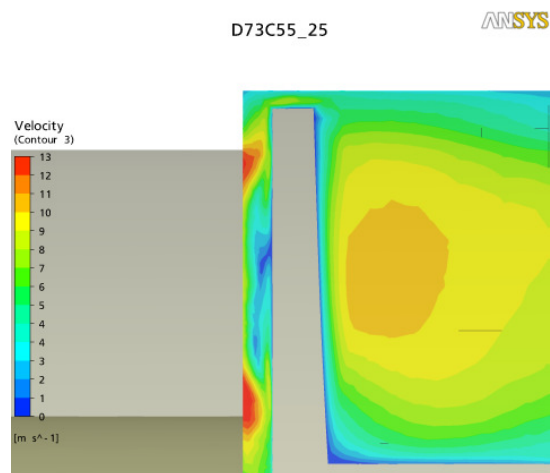


Abbildung 7.32: D73C55, 25%, Geschwindigkeit im Spalt

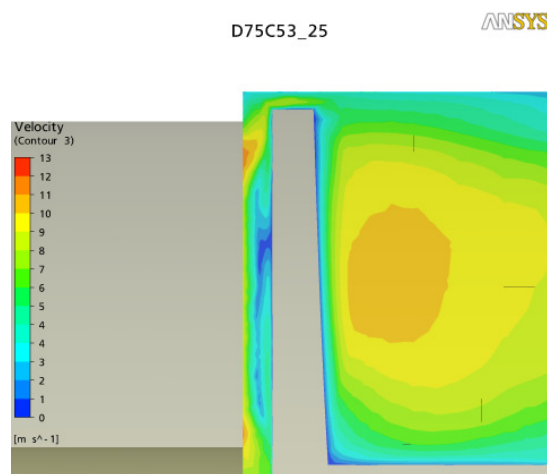


Abbildung 7.33: D75C53, 25%, Geschwindigkeit im Spalt

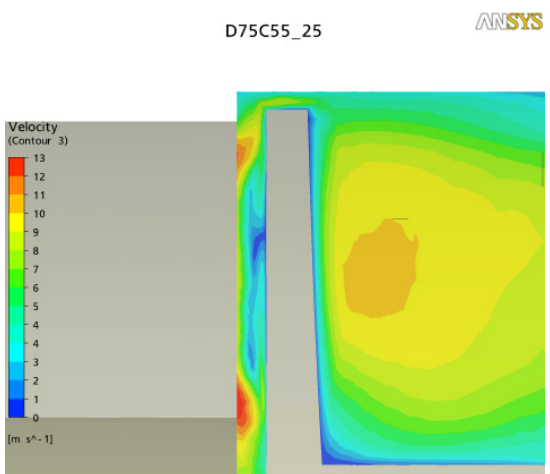


Abbildung 7.34: D75C55, 25%, Geschwindigkeit im Spalt

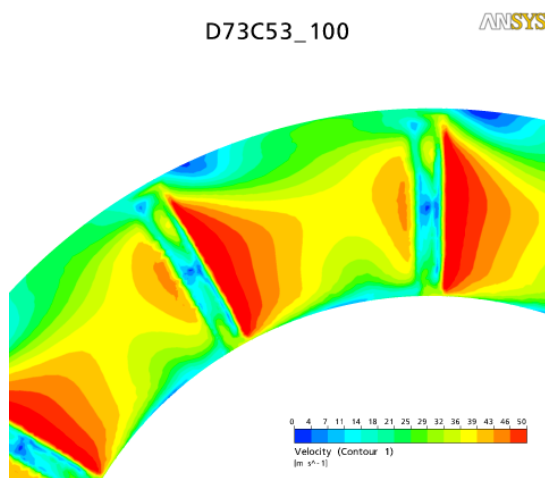


Abbildung 7.35: D73C53, 100%, Geschwindigkeit
Outflow

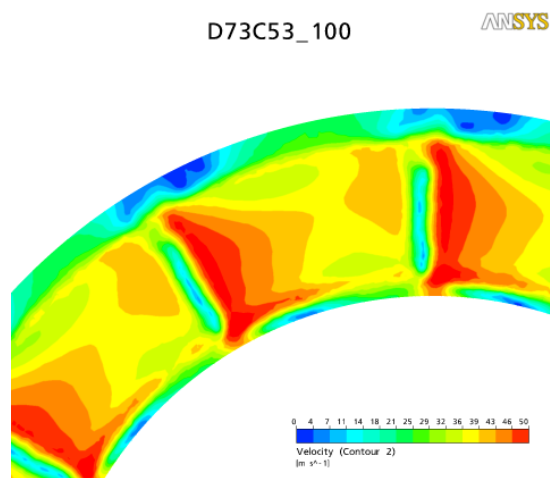


Abbildung 7.36: D73C53, 100% Geschwindigkeit
vor Nachlauf

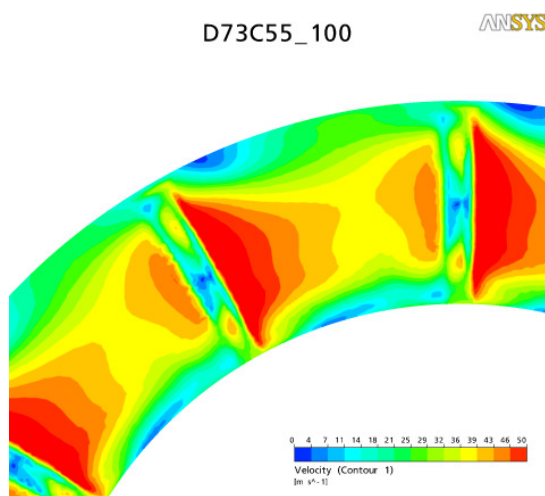


Abbildung 7.37: D73C55, 100%, Geschwindigkeit
Outflow

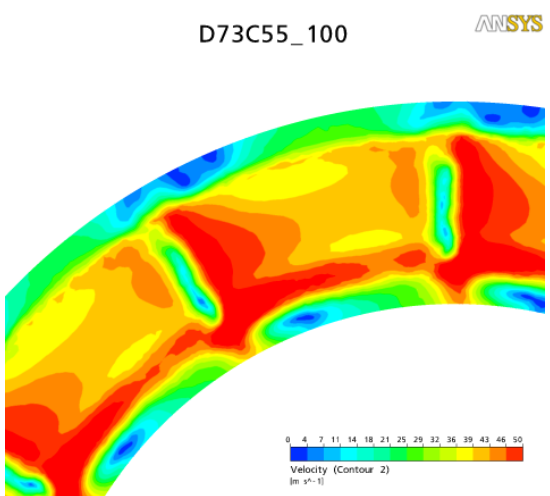


Abbildung 7.38: D73C55, 100%, Geschwindigkeit
vor Nachlauf

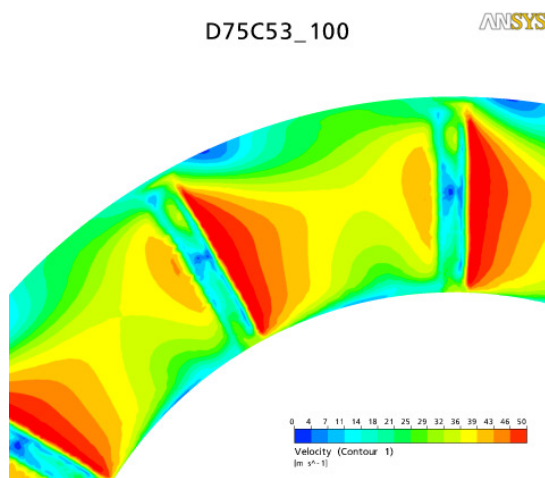


Abbildung 7.39: D75C53, 100%, Geschwindigkeit
Outflow

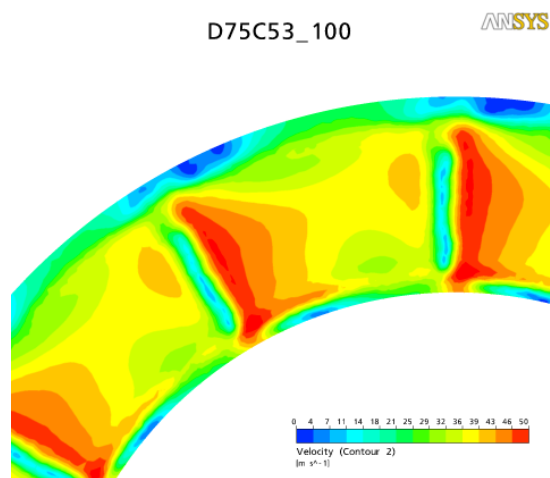


Abbildung 7.40: D75C53, 100%, Geschwindigkeit
vor Nachlauf

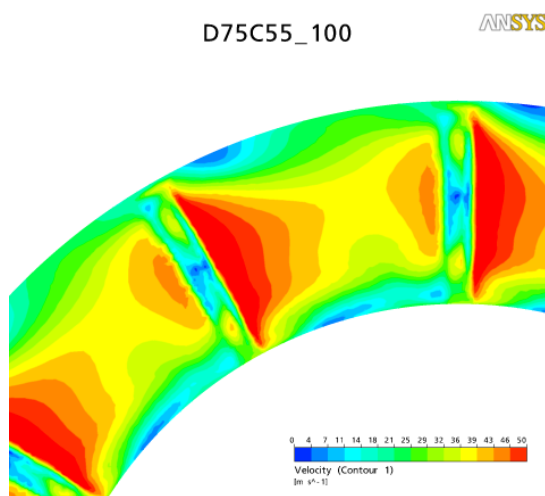


Abbildung 7.41: D75C55, 100%, Geschwindigkeit
vor Nachlauf

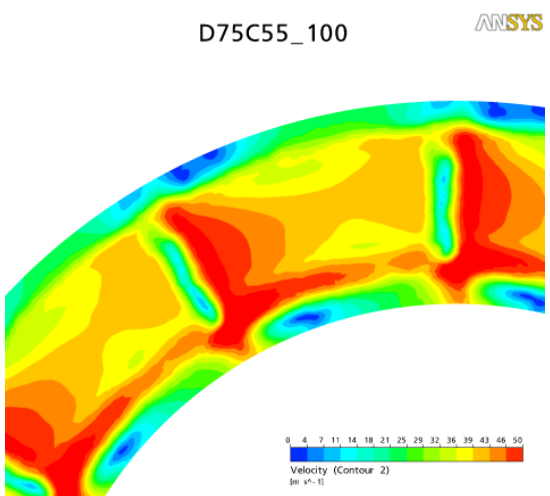


Abbildung 7.42: D75C55, 100%, Geschwindigkeit
vor Nachlauf

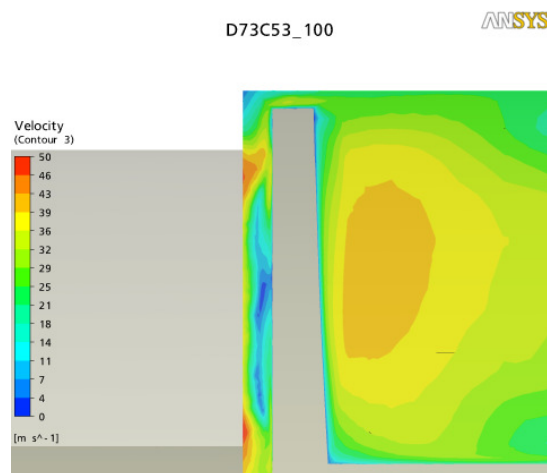


Abbildung 7.43: D73C53, 100%, Geschwindigkeit
im Spalt

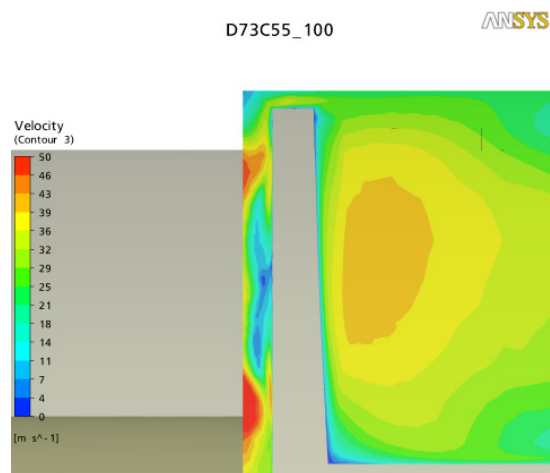


Abbildung 7.44: D73C55, 100%, Geschwindigkeit
im Spalt

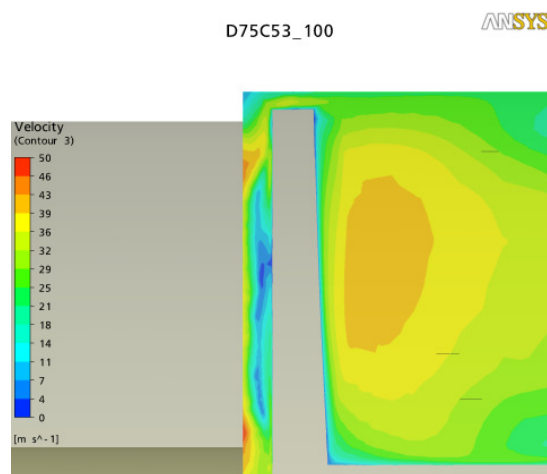


Abbildung 7.45: D75C53, 100%, Geschwindigkeit
im Spalt

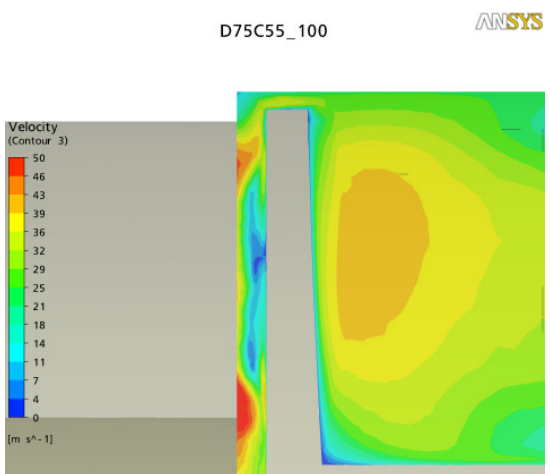


Abbildung 7.46: D75C55, 100%, Geschwindigkeit
im Spalt

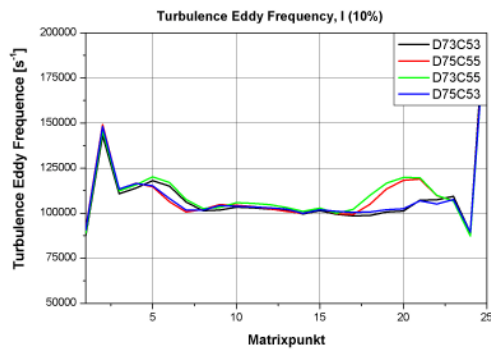


Abbildung 7.47: Turbulenzfrequenz, Punktelinie I,
10%

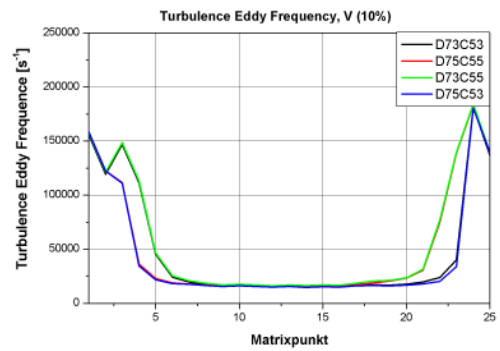


Abbildung 7.48: Turbulenzfrequenz, Punktelinie V,
10%

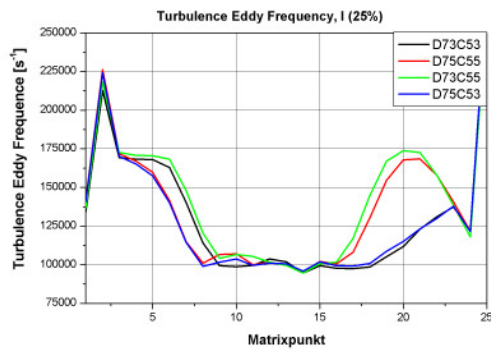


Abbildung 7.49: Turbulenzfrequenz, Punktelinie I,
25%

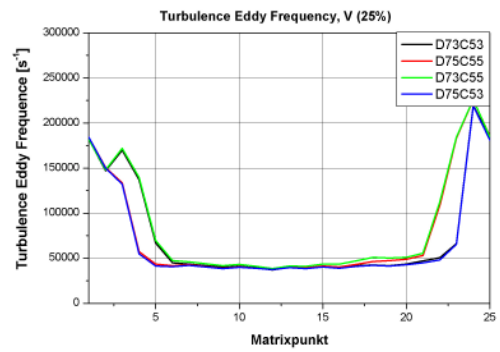


Abbildung 7.50: Turbulenzfrequenz, Punktelinie I,
25%

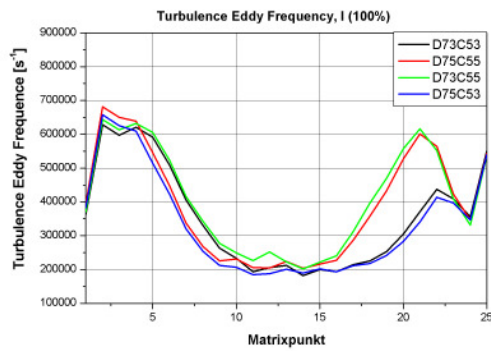


Abbildung 7.51: Turbulenzfrequenz, Punktelinie I,
100%

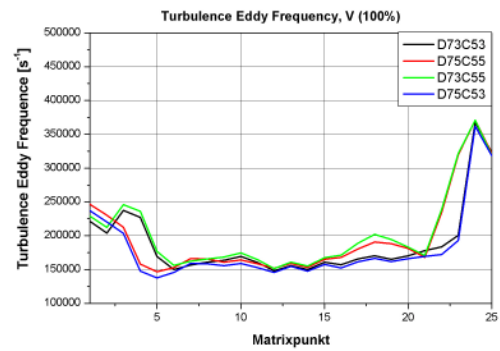


Abbildung 7.52: Turbulenzfrequenz, Punktelinie I,
100%

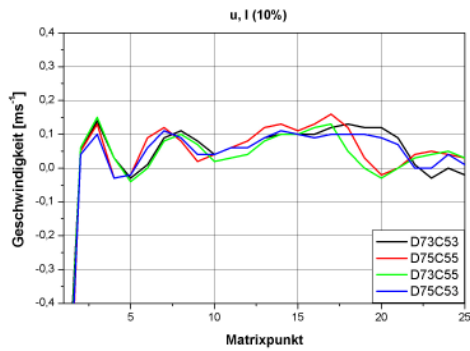


Abbildung 7.53: Geschwindigkeit u, Punktelinie I,
10%

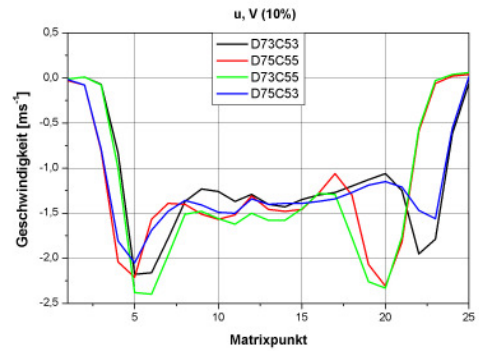


Abbildung 7.54: Geschwindigkeit u, Punktelinie V,
10%

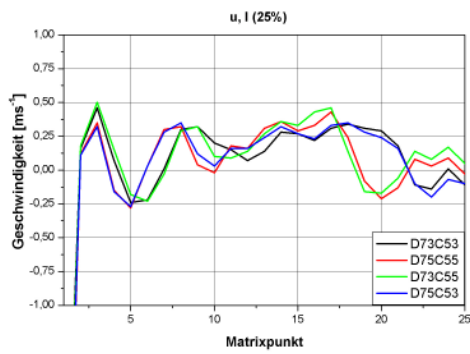


Abbildung 7.55: Geschwindigkeit u, Punktelinie I,
25%

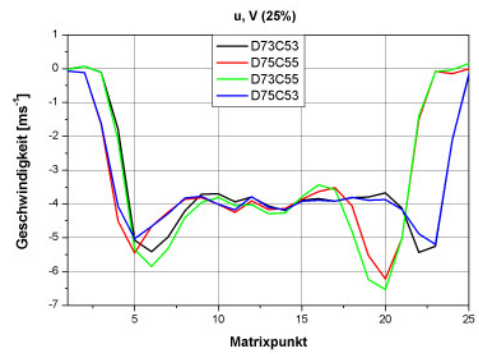


Abbildung 7.56: Geschwindigkeit u, Punktelinie V,
25%

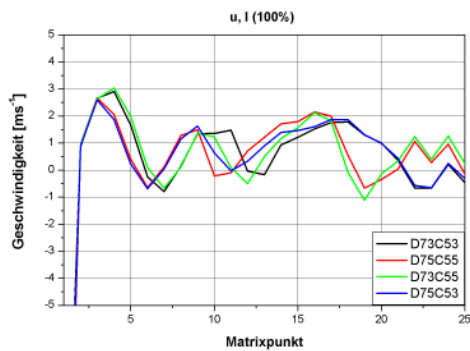


Abbildung 7.57: Geschwindigkeit u, Punktelinie I,
100%

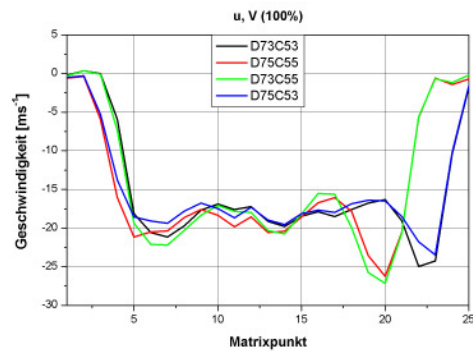


Abbildung 7.58: Geschwindigkeit u, Punktelinie V,
100%

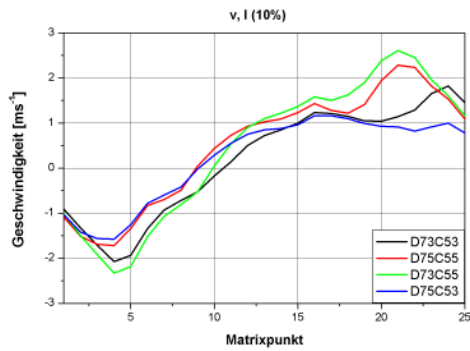


Abbildung 7.59: Geschwindigkeit v, Punktlinie I,
10%

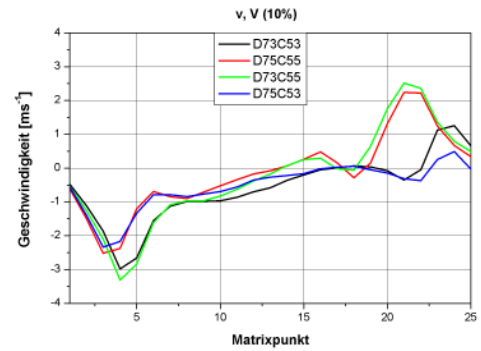


Abbildung 7.60: Geschwindigkeit v, Punktlinie V,
10%

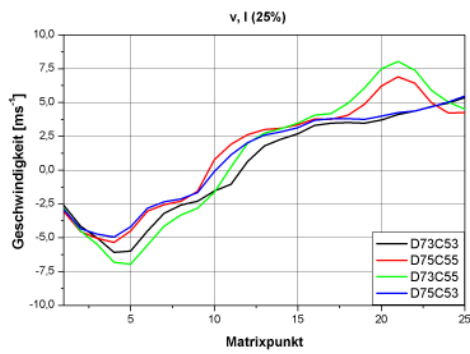


Abbildung 7.61: Geschwindigkeit v, Punktlinie I,
25%

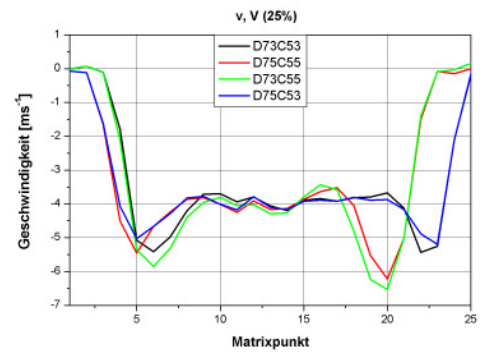


Abbildung 7.62: Geschwindigkeit v, Punktlinie V,
25%

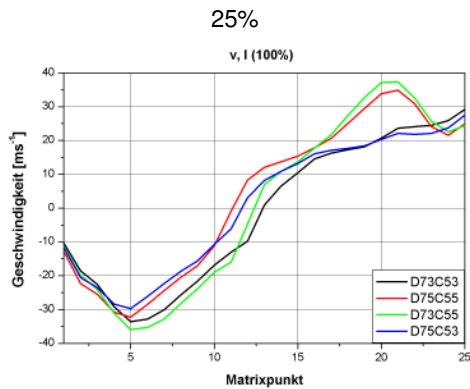


Abbildung 7.63: Geschwindigkeit v, Punktlinie I,
100%

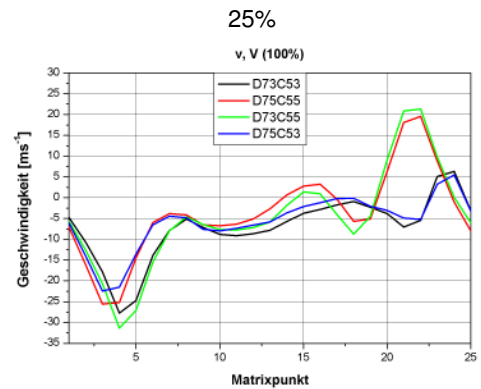


Abbildung 7.64: Geschwindigkeit v, Punktlinie V,
100%

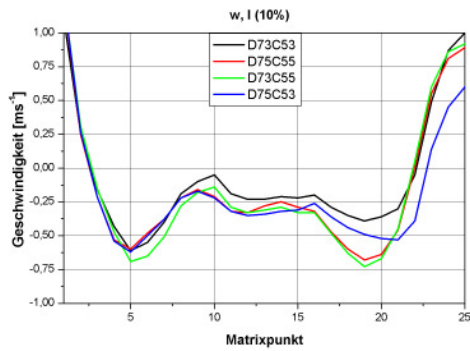


Abbildung 7.65: Geschwindigkeit w, Punktlinie I,
10%

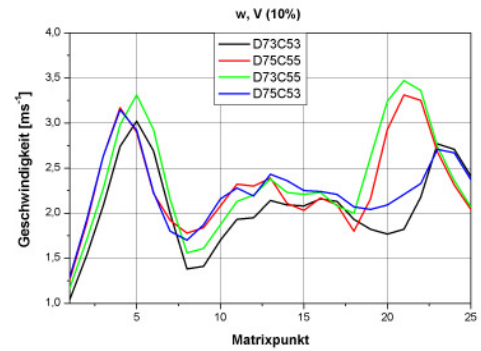


Abbildung 7.66: Geschwindigkeit w, Punktlinie V,
10%

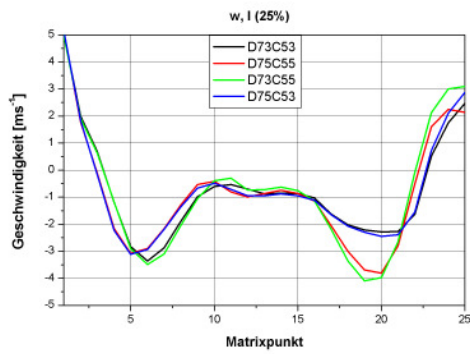


Abbildung 7.67: Geschwindigkeit w, Punktlinie I,
25%

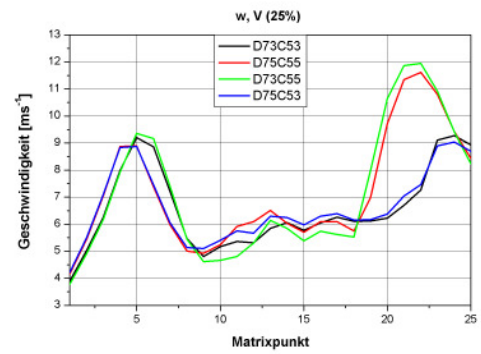


Abbildung 7.68: Geschwindigkeit w, Punktlinie V,
25%

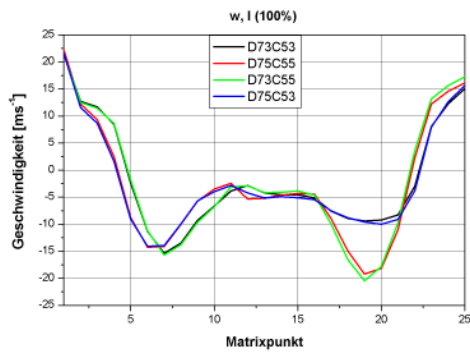


Abbildung 7.69: Geschwindigkeit w, Punktlinie I,
100%

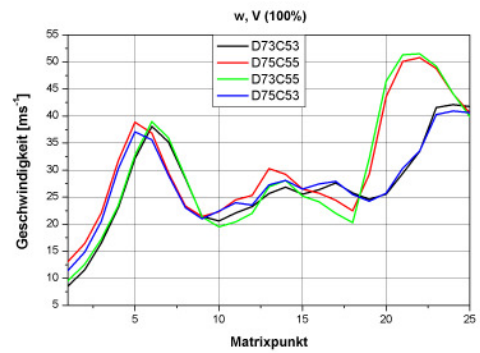


Abbildung 7.70: Geschwindigkeit w, Punktlinie V,
100%

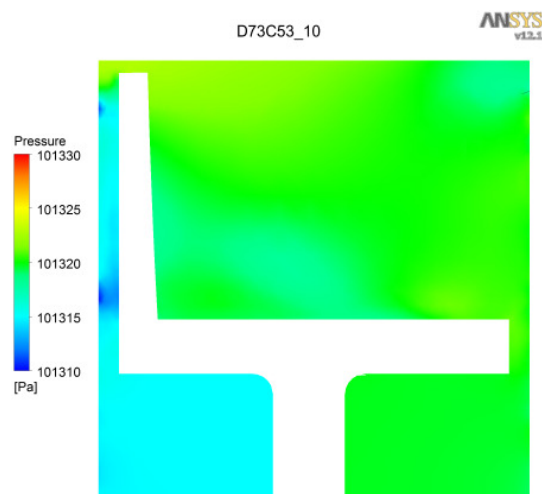


Abbildung 7.71: D73C53, 10%, Druckverteilung

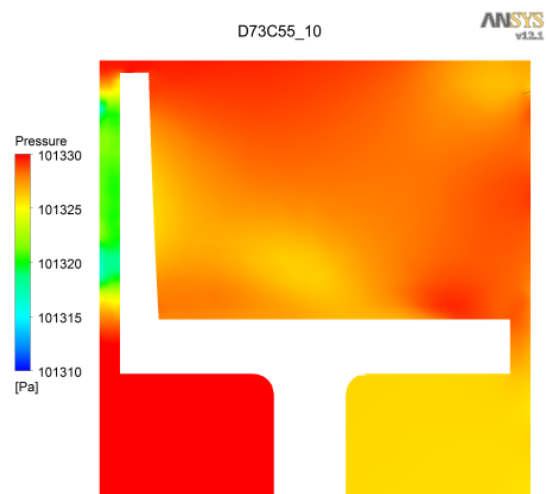


Abbildung 7.72: D73C55, 10% Druckverteilung

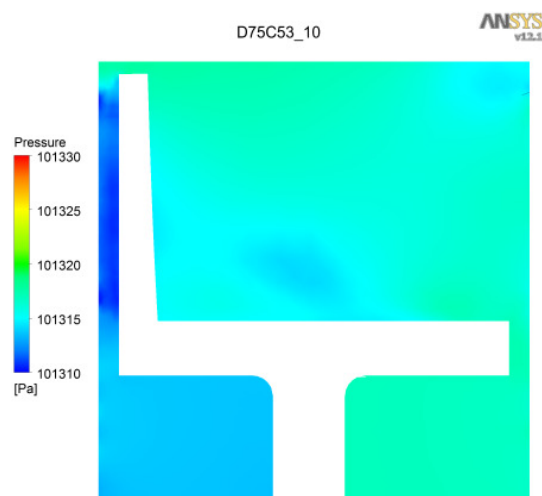


Abbildung 7.73: D75C53, 10%, Druckverteilung

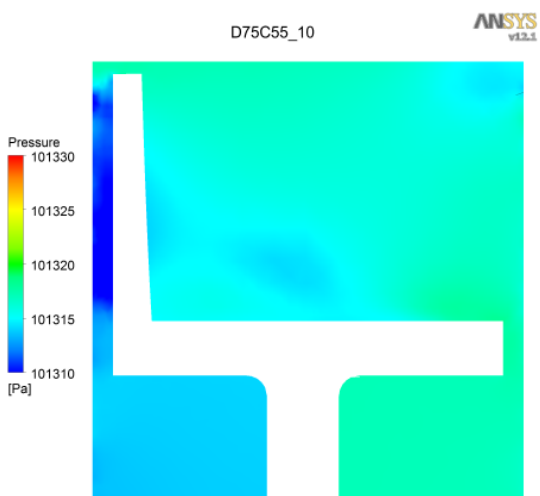


Abbildung 7.74: D75C55, 10%, Druckverteilung

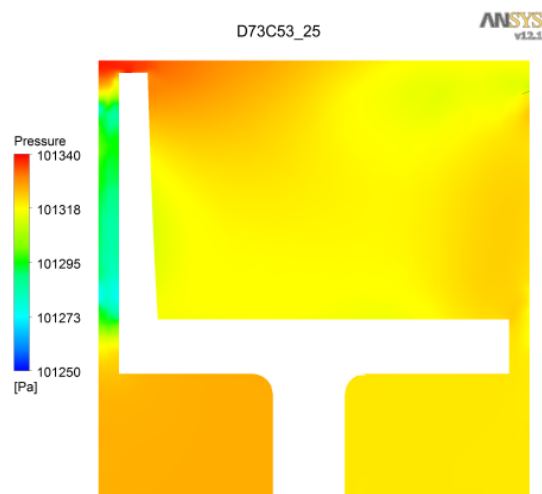


Abbildung 7.75: D73C53, 25%, Druckverteilung

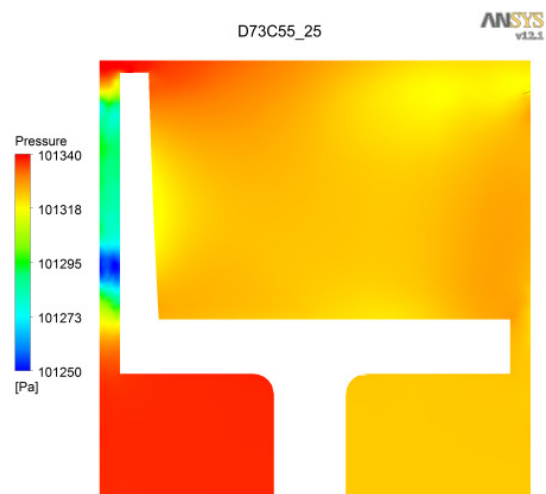


Abbildung 7.76: D73C55, 25% Druckverteilung

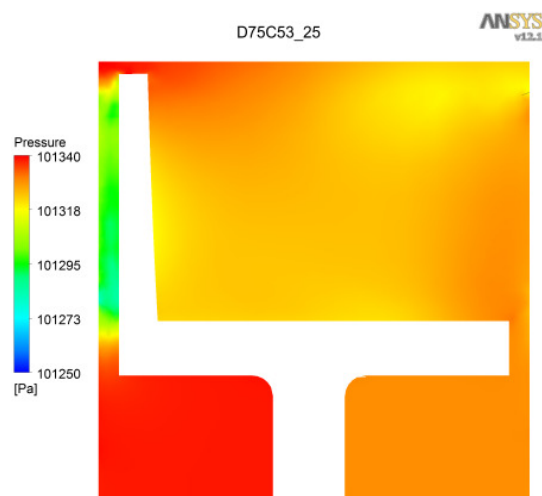


Abbildung 7.77: D75C53, 25%, Druckverteilung

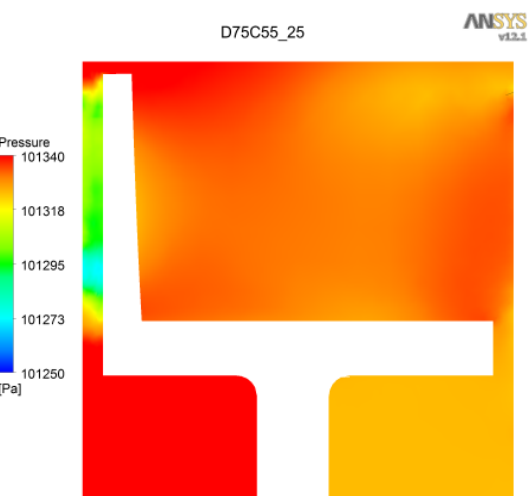


Abbildung 7.78: D75C55, 25%, Druckverteilung

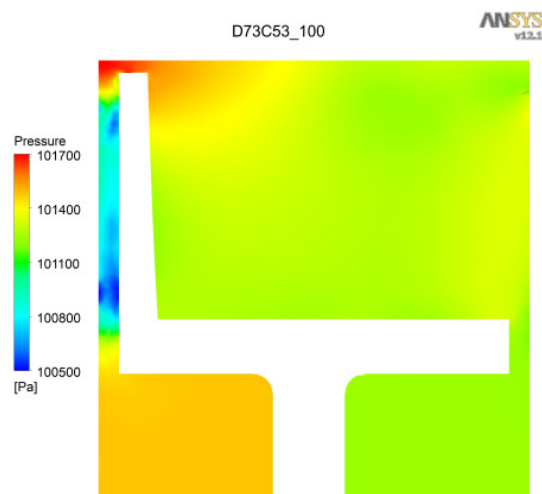


Abbildung 7.79: D73C53, 100%, Druckverteilung

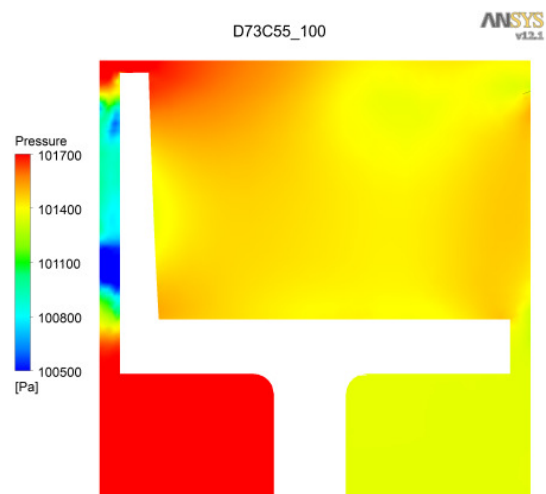


Abbildung 7.80: D73C55, 100% Druckverteilung

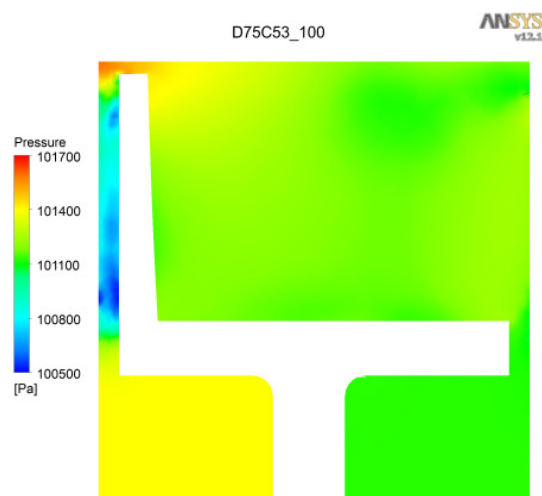


Abbildung 7.81: D75C53, 100%, Druckverteilung

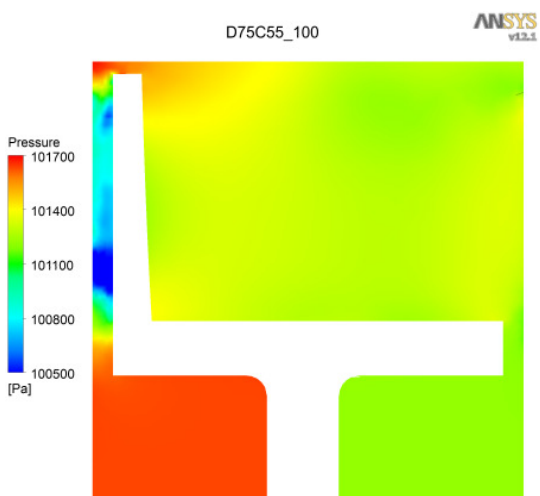


Abbildung 7.82: D75C55, 100%, Druckverteilung

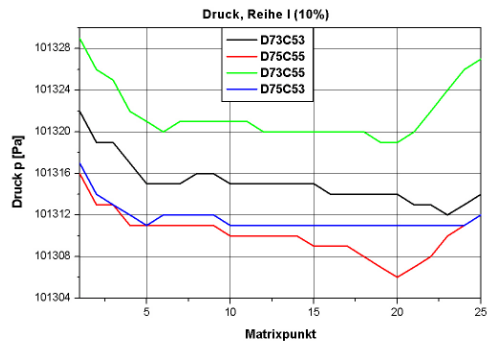


Abbildung 7.83: Druckverlauf, Punktelinie I, 10%

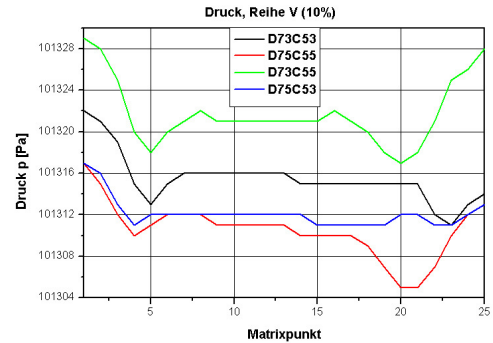


Abbildung 7.84: Druckverlauf, Punktelinie V, 10%

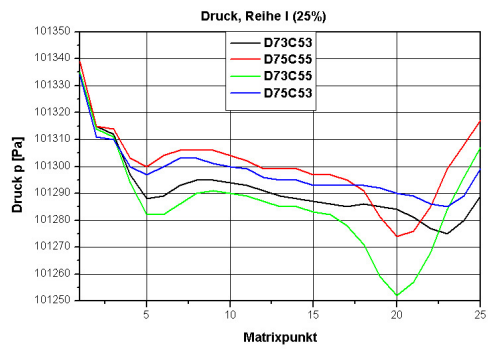


Abbildung 7.85: Druckverlauf, Punktelinie I, 25%

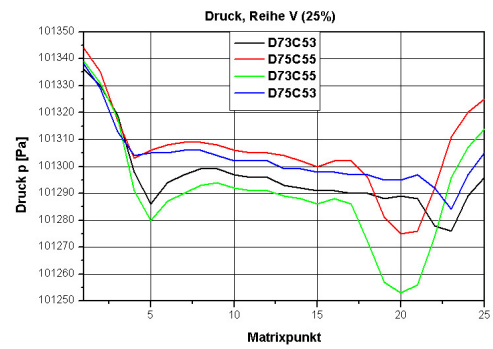


Abbildung 7.86: Druckverlauf, Punktelinie V, 25%

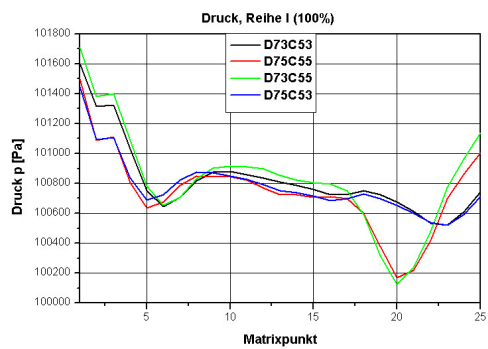


Abbildung 7.87: Druckverlauf, Punktelinie I, 100%

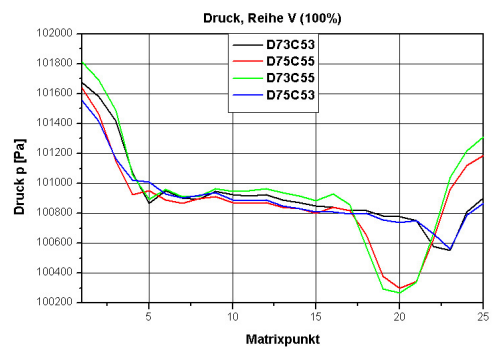


Abbildung 7.88: Druckverlauf, Punktelinie V, 100%

Literaturverzeichnis

- [1] <http://www.bmu.de/>
- [2] <http://www.gas-auskunft.de/>
- [3] <http://www.bmwi.de>
- [4] internes Papier zur Fehlerfortpflanzung in der Gasversorgungskette
- [5] Rexroth, C.-H., Seibert, W.: *CFD: Effizientes Werkzeug im industriellen Design-Prozess*, Universität Stuttgart, 1999
- [6] Pereira, Gabriel M.: *Experimentelle und Numerische Untersuchungen an Konfigurationen zur Erzeugung von Vorstörungen*, Dissertation, Universität Duisburg-Essen, 2007
- [7] <http://www.hlrs.de/organization/av/vis/covise/>
- [8] Hübener T.: *Numerische Untersuchung der instationären Strömung in einem zweistufigen Turbinenradgaszähler*, Dissertation, Universität Essen, 2001
- [9] Ruprecht, A.: *Einsatz numerischer Strömungsberechnung zur Untersuchung und Auslegung hydraulischer Maschinen*, Universität Stuttgart, 1999

- [10] Mayer, Jürgen F.: *Turbomaschinen und CFD - Numerische Strömungssimulation am ITSM*, Universität Stuttgart, 1999
- [11] Marquardt co van NUYS CA: *Turbine Flow Meter and Calibration Facility Study*, Final Report FE - 269 - 3, August 1962
- [12] Thompson R., Grey J.: *Turbine Flowmeter Performance Model*, Final Report to the United States Army Missile Command Redstone Arsenal, Alabama, Report -No. AmC 3, 1967
- [13] Vieth D., Uhrig M., Altfeld.: Moderne Ultraschall - und Turbinenradgaszähler - Stand der Technik und Perspektiven, *GWF 143 (2002) Nr. 3*, S. 132 - 137
- [14] Mori, M., Blagojevic, B., Bajsic, I., Kibarovski, Z.: The influence of flow disturbance on the relative error shift of the turbine meter, *GWF 145, Nr.4*, 2004
- [15] Ram, V. V.: *Errors of Turbine Meters Due to Swirl*, in *Fluid Mechanics of Flow Metering*, Springer-Verlag, Editor W. Merzkirch, 2005, p.165 - 184
- [16] van der Kam P. M. A., van Dellen K.: The effect of double bends out of Plane on turbine meters, *Flow Measurement Instrumentation*, Vol 2 January 1991, p. 61 - 68
- [17] Mickan B., Kramer R., Wendt G., Müller H., Dopheide D.: Die Fehlerverschiebung eines Turbinenradgaszählers in Abhängigkeit vom Anströmprofil, *PTB - Mitteilungen 106*, Februar 1996
- [18] Perpeet S., *Numerische Simulation von Strömungsfelder um Wirbelfrequenzzählern*, Dissertation, Universität Duisburg-Essen

- [19] Perpeet S., Yao J., von Lavante E.: *Simulation of Flow in a Vortex - Shedding Flowmeter using an Implicit Solver*, University Essen, Institut of Turbomachinery
- [20] Lavante, E. von, Banaszak U., Yilmaz M. G., Ricken, O., Höcker, R.: *Effects of Shape Change due to Wear on the Accuracy of Vortex-Shedding Flow Meters*, Institute of Fluid Mechanics, University of Duisburg-Essen, Essen, Germany, Endress+Hauser Flowtec AG, Reinach, Switzerland
- [21] Erdal A., Andersson H. I.: Numerical aspects of flow computation through orifices, *Flow Measurement and Instrumentation*, Volume 8, Issue 1, March 1997, p. 27 - 37
- [22] Lavante, E. v., Kramer, R., Mickan, B.: *Flow Behavior in Sonic-Nozzles*, University of Essen, Essen, PTB, Braunschweig
- [23] Dietrich, H.: *Theoretische und praktische Aspekte bei der Auslegung und Verwendung von kritisch betriebenen Düsen für den Einsatz im Hochdruckerdgas*, Dissertation, Universität Duisburg-Essen, 2003
- [24] Wojtkowiak J., Kim W. N., Hyun J. M.: Numerical simulations of a piston - type flowmeter of high linearity, *Flow Measurement and Instrumentation*, Volume 7, Issue 2, June 1996, p. 69 - 75
- [25] Wojtkowiak J., Won N. K., Jae M. H., Computations of the flow characteristics of rotating - piston type flow meter, *Flow Measurement and Instrumentation*, Volume 8, Issue 1, March 1997, p. 17 - 25
- [26] Temperley N. C., Behnia M., Collings F., Application of computational fluid dynamics and laser Doppler velocimetry to liquid ultrasonic flow meter design, *Flow Measurement and Instrumentation*, Volume 15, Issue 3, June 2004, p. 155 - 165

- [27] Aschenbrenner, A.: Der Einfluss der Gastemperatur auf das Messverhalten von Turbinenradgaszählern, *PTB-Mitteilungen* 88 5/78, S. 319
- [28] Sun, L., Zhang, T.: Study on the Turbine Flowmeters with Hollow Hub Rotor, *IMECE 2004-60696, Proceedings of IMECE04*, November 13-20, 2004, Anaheim, California USA
- [29] Wang Z., Zhang T., Research on Tangential Type Turbine Flowmeter Based on Simulation, *Mechatronics and Automation*, ICMA 2007
- [30] López - Gonzáles L. M., Sala J. M., González - Bustamante J. A., Miguez J. L., Modelling and simulation of the dynamic performance of a natural - gas turbine flowmeter, *Applied Energy*, Volume 83, Issue 11, November 2006, p. 1222 - 1234
- [31] Stoltenkamp, P. W., Bergervoet, J. T. M., Willems, J. F. H., van Uittert, Hirschberg, A.: Response of turbine flow meters to acoustic perturbations, *Journal of Sound and Vibrations* 315, (2008) p. 258-278, Elsevier Ltd.
- [32] Tonkonogij, J., Pedisius, A.: Numerical Simulation of the Turbine Gas Meter Behavior in the Pulsating Flow, *Heat Transfer Research*, Vol. 39, Issue 7, 2008
- [33] Balázs, R., László, S.: *A turbinás áramlásmérők pontosságá növelő új áramlásterelő*, (Übersetzung: Ein neuer Strömungsgleichrichter mit erhöhter Genauigkeit für Turbinenradgaszähler), Magyar Épületgépészet, XLVII évfolyam, 1998/8 szám, (Übersetzung: Ungarische Installations-technik, 47. Jahrgang, Ausgabe 8, 1998)
- [34] Banaszak, U., von Lavante, E., van Dellen, K.: *Numerical Simulation of Flow in Stator of Turbine Flow Meter*, Universität Duisburg-Essen, Essen, vemm tec Messtechnik GmbH, Potsdam

- [35] Rüst, G., Ackermann, O.: Erfahrungen mit Turbinenradgaszählern in der Großgasmessung, *GWF* 143, Nr.6, 2002
- [36] Schmittner, D.: Verhalten von Turbinenradgaszählern im Hochdruckbereich, *GWF* 125, Nr. 8, 1984
- [37] Schmücker, A., Hüwener, T., Ernst, R.: Simulation von Turbinenrad- und Ultraschallgaszählern: Möglichkeiten und Grenzen, *GWF* 143, Nr.3, 2002
- [38] Hiegemann M.: *Berechnung der Strömung eines rotierenden Laufrades in einem Turbinenradgaszähler*, Ruhrgas AG, TAZN 4.5.20, 1998
- [39] Hilgenstock A., Hiegemann M.: Numerische Simulation des Betriebsverhaltens eines Turbinenradgaszählers, *GWF*, 1999
- [40] von Lavante, E., Banaszak U., Dietrich H., Lötzt-Dauer V.: Numerische Simulation des Strömungsfeldes eines Turbinenradgaszählers, *GWF*, 2006
- [41] von Lavante E., Lazaroski N., Maatje U., Kettner T., Lötzt-Dauer V., *Numerical Simulation of Unsteady Three - Dimensional Flow Fields in a Turbine Flow Meter*
- [42] von Lavante E., Banaszak U., Kettner T., Lötzt-Dauer V., *Numerical Simulation of Reynolds Number Effects in a Turbine Flow Meter*
- [43] Sun L., Zhou Z., Zhang T., Numerical Simulation of Turbine Flowmeters Three - Dimensional Flow Fields, *Proceedings of the 6th World Congress in Intelligent Control and Automation*, June 21 - 23, 2006, Dalian, China
- [44] *Numerische Simulation des stationären und instationären Betriebsverhaltens sowie Strömungsphänomene in Kreiselpumpen beliebiger spezifischer Drehzahl*, Forschungsvorhaben des VDMA in Kooperation mit Firmen der Pumpenindustrie

- [45] Hengstenberg, J., Sturm, B., Winkler, O.: *Messen, Steuern und Regeln in der chemischen Technik, Band 1*, 3. Auflage, Springer-Verlag 1980
- [46] Universität Rostock, Institut für Maritime Systeme und Strömungstechnik, *Unterlagen zur Vorlesung Grundlagen für strömungstechnische Entwurfsverfahren*
- [47] *Informationsbroschüre RMG Messtechnik GmbH*, 1999, (keine Veröffentlichung)
- [48] Wadlow, D.: *The Measurement, Instrumentation and Sensors Handbook, Chapter 28.4*, CRC Press, 1998
- [49] Rubin, M., Miller, R., Fox, W.: Driving torques and a theoretical model of a turbine meter, *Journal of Basic Engineering*, Transactions of the ASME, 1965
- [50] *Theory of two-dimensional flow through cascades*, Aerodynamics of turbines and compressors, volume X of High Speed aerodynamics and jet propulsion, Princeton University Press, 1964
- [51] Bonfig, K. W.: *Technische Durchflussmessung unter Berücksichtigung neuartige Durchflussmessverfahren*, Vulkan - Verlag Essen, 2. Auflage, 1987
- [52] Stoltenkamp P. W.: *Dynamics of turbine flow meters*, Dissertation, TU Eindhoven, 2007
- [53] Matsunuma T., “ Unsteady Flow Field of an Axial - Flow Turbine Rotor at a Low Reynolds Number “, *Journal of Turbomachinery*, April 007, Volume 129, Issue 2, pp. 360 - 371
- [54] Noll, B., *Numerische Strömungsmechanik - Grundlagen*, Springer - Verlag Berlin Heidelberg, 1993

- [55] Vorlesungsumdruck "Numerische Strömungsmechanik", Universität Rostock, keine Veröffentlichung
- [56] Ferziger, J. H. und Perić, M.: *Computational Methods for Fluid Dynamics, third, rev. edition*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2002
- [57] Hänel, D.: *Numerische Fluidodynamik*, Vorlesungsumdruck, Institut für Verbrennung und Gasdynamik, Universität Duisburg-Essen, WS 2006/07
- [58] Menter, F., Skripte zum internen CFX-Workshop bei der WILO AG, 2002, keine Veröffentlichung
- [59] Tannehill, J. C., Anderson, D. A. und Pletcher, R. H.: *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, second Edition*, Taylor & Franics, 1997
- [60] ANSYS CFX 11.0 - Dokumentation
- [61] Prandtl, L., Oswatitsch, K. und Wieghardt, K.: *Führer durch die Strömungslehre*, 9. Auflage, Vieweg-Verlag, 1990
- [62] Albring, W.: *Angewandte Strömungslehre*, 4. Auflage, Verlag Theodor Steinkopff Dresden, 1970
- [63] Lindner, H.: *Physik für Ingenieure*, 15.Auflage, Fachbuchverlag Leipzig, 1999
- [64] Truckenbrodt, E.: *Strömungsmechanik*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1968
- [65] Autorenkollektiv,: *Grundwissen des Ingenieurs*, VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1986
- [66] Shapiro, A. H.: *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*, The Ronald Press Company, New York, 1954

- [67] Laurien, H.: *Taschenbuch Erdgas, Vorkommen - Gewinnung - Verwendung*, R. Oldenbourg - Verlag, 1966
- [68] Boberg, R., Engsgeber, M. und Garstka, J.: *Erdgas, Bereitstellung - Anwendung - Umwandlung*, 1.Auflage, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1974
- [69] DIN, Deutsches Institut für Normung e.V., *Durchflussmessung von Fluiden in geschlossen Leitungen mit Drosselgeräten: Blenden, Düsen und Venturirohre: Normen, technische Regeln*, 2.Auflage, Beuth-Verlag, 1998
- [70] Wernekinck, U.: *Gasmessung und Gasabrechnung*, 3.Auflage, Vulkan-Verlag, 2007
- [71] Profos, P. und Pfeifer, T.: *Handbuch der industriellen Messtechnik*, 5.Auflage, R. Oldenbourg - Verlag, 1992
- [72] Lipták, B. G. und Venczel, K.: *Instrument Engineers Handbook*, Revised Edition, Chilton Book Company, 1982
- [73] Lüders, Carsten: *Vergleich von Strahlungs- und Turbulenzmodellen zur Modellierung von Lichtbögen in SF6-Selbstblasleistungsschaltern*, Dissertation, RWTH - Aachen, 2005
- [74] Hinze, J.O.: *Turbulenz*, 2nd., McGraw Hill, New York 1975
- [75] Tennekes H.; Lumley, J.L.: *A First Course in Turbulence*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1972
- [76] Rodi, W.: *Turbulence models and their application in hydraulics*, IAHR, 1980
- [77] Wilcox, D.C.: *Turbulence Modelling for CFD* published by DCW Industries, La Canada, California, 1993

- [78] Menter, F.R.: Zonal two equation $k - \omega$ turbulence model for aerodynamic Flows, *AIAA 24th Fluid Conference*, July 6-9, 1993, Orlando, Florida
- [79] Johnson, D.A.; King, L.S.: A Mathematically Simple Turbulence Closure Model for Attached and Separated Turbulent Boundary Layers. *AIAA Journal*, Vol.23, Nov. 1985, S. 1684-1692
- [80] *Innovative Turbulence Modeling: SST Model in ANSYS CFX*, Technical Brief, 2005
- [81] <http://turbmodels.larc.nasa.gov/sst.html>
- [82] internes Besprechungsprotokoll der RMG Messtechnik, 2009
- [83] Wälzlagerkatalog der Firma FAG, *Katalog WL 41 520/3 DB*, Ausgabe 1999
- [84] PTB, *Technische Richtlinie G13*, Messgeräte für Gas, Ausgabe 03/05
- [85] Interne Unterlagen der RMG Messtechnik GmbH, Butzbach, (keine Veröffentlichung)
- [86] Firma Shell, Sicherheitsdatenblatt für "Shell Tellus Oil 32", Versions-Nr. 1.1, Jahr 2004